

UNIVERSIDAD CARLOS III DE MADRID



# **ESTUDIO COMPARATIVO DE UNA BICICLETA CONVENCIONAL FRENTE A UNA BICICLETA URBANA DE DOS RUEDAS DELANTERAS DESDE EL PUNTO DE VISTA DEL USUARIO**

---

Departamento de Ingeniería Mecánica

Leganés, 2017

Realizado por:

D. Diego Beltrán Biard

Grado en Ingeniería Mecánica

Tutor:

D. Sergio Fuentes del Toro

## **AGRADECIMIENTOS**

Me gustaría agradecer al Departamento de Ingeniería Mecánica en general, y a Sergio Fuentes del Toro en particular, su ayuda en la realización de este proyecto, por atenderme en todo momento y dedicarme gran parte de su tiempo.

## RESUMEN

El presente proyecto busca describir, analizar y cuantificar algunas de las diferencias existentes entre una bicicleta de dos ruedas delanteras y una bicicleta convencional, además de evaluar cómo afectarían dichas diferencias al usuario que las utilice. Para lograrlo, se han seguido los pasos que se citan a continuación.

En primer lugar se ha estudiado el entorno en el que circulan las bicicletas así como las características de altura y peso de los usuarios para los que fueron diseñadas. Con estos datos y basándose en modelos existentes, se modelizan virtualmente y de forma esquemática los sistemas que serán de estudio en los siguientes apartados.

Aplicando los cálculos necesarios, se analizarán las variables de los sistemas que afectan al usuario durante la marcha como las distribuciones de carga en pendientes, la estabilidad longitudinal y los esfuerzos del usuario para cambiar de dirección, entre otros.

Por último, las conclusiones basadas en apartados anteriores serán de utilidad para un usuario si quisiera decantarse por alguno de los dos modelos.

## ABSTRACT

The aim of this project is to describe, analyse and measure some of the differences between a two-front-wheel bicycle and a standard bicycle. It also aims to investigate how these differences could affect the driver of both vehicles. In order to achieve this, the following steps have been followed.

First, a research about the environment of use of the vehicles is carried out. Second, the weight and height of the target user are analysed. These two steps allow modelling virtually the systems that will be studied later.

Next, the variables of the different systems are analysed to find out important factors such as load distribution, longitudinal stability and the user's efforts to change direction, etc.

Finally, the conclusions based on the research will allow a final user to choose between the two options.

## ÍNDICE GENERAL

1	INTRODUCCIÓN.....	8
2	OBJETIVOS .....	10
3	ESTADO DEL ARTE .....	11
3.1	HISTORIA DE LA BICICLETA.....	11
3.1.1	EVOLUCION.....	12
3.1.2	CRONOLOGÍA.....	13
3.2	TIPOS DE BICICLETAS .....	16
3.2.1	BICICLETAS DE CARRETERA.....	16
3.2.2	BICICLETAS DE MONTAÑA.....	19
3.2.3	BICICLETAS URBANAS.....	20
3.2.4	PARTES DE UNA BICICLETA CONVECCIONAL .....	23
3.2.5	PARTES DE UNA BICICLETA CON DOS RUEDAS DELANTERAS.....	24
4	FASE DE CALCULOS.....	25
4.1	TRAZADO.....	26
4.1.1	CURVAS Y PENDIENTES .....	28
4.1.2	CARACTERÍSTICAS DE LA RUTA .....	29
4.2	USUARIOS.....	35
4.2.1	ALTURA Y PESO .....	35
4.3	FUERZAS.....	37
4.3.1	FUERZAS QUE ACTUAN SOBRE UNA BICICLETA.....	39
(a)	CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS .....	40
4.3.2	FUERZAS EN FUNCIÓN DE LA PENDIENTE PARA UNA BICICLETA SIN DOBLE RUEDA DELANTERA .....	42
4.3.3	CARACTERÍSTICAS DE UNA BICICLETA DE DOS RUEDAS DELANTERAS .....	45
4.3.4	REACCIONES EN FUNCIÓN DE LA PENDIENTE PARA UNA BICICLETA DE DOBLE RUEDA DELANTERA .....	47
4.3.5	RESULTADOS DEL CÁLCULO DE FUERZAS.....	50
4.4	GIROS.....	66
4.4.1	ESTUDIO PREVIO .....	66
4.4.2	GIRO EN UNA BICICLETA CONVENCIONAL .....	69
4.4.3	GIRO EN UNA BICICLETA DE DOS RUEDAS DELANTERAS .....	70
4.4.4	ANGULOS DE GIRO.....	72
(a)	GIRO EN BICICLETA CONVENCIONAL .....	73
(b)	GIRO EN BICICLETA DE DOS RUEDAS DELANTERAS .....	74

4.5	ESFUERZOS A APLICAR SOBRE LA DIRECCIÓN PARA TOMAR UNA CURVA .....	75
4.5.1	FUERZAS SOBRE LA DIRECCIÓN EN BICICLETA SIMPLE .....	75
4.5.2	FUERZAS SOBRE LA DIRECCIÓN DE DOS RUEDAS DELANTERAS .....	78
4.5.3	DIFERENCIAS DE ESFUERZOS A APLICAR ENTRE LAS DOS BICICLETAS ANALIZADAS.....	80
4.6	FRENADA.....	81
4.6.1	ANÁLISIS DE FRENADA .....	85
4.6.2	TRANSFERENCIA DE CARGA.....	91
5	DISCUSIÓN DE RESULTADOS.....	93
6	PRESUPUESTO .....	95
7	TRABAJOS FUTUROS.....	96
8	BIBLIOGRAFÍA.....	97

## ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1 BICICLETA CONVENCIONAL.....	11
FIGURA 2 LA ROVER SAFETY BICYCLE .....	12
FIGURA 3 LAUFMASCHINE (IZQ) E INSTRUCCIONES DE USO (DRCHA).....	13
FIGURA 4 BICICLETA DE KIRKPATRICK MACMILLAN .....	13
FIGURA 5 BICICLETA DE ERNEST MICHAUX.....	14
FIGURA 6 BICICLETA DE JAMES STARLEY .....	15
FIGURA 7 BICICLETA DE CARRETERA .....	16
FIGURA 8 BICICLETA DE CONTRARRELOJ .....	17
FIGURA 9 BICICLETA DE CICLOCROSS .....	18
FIGURA 10 BICICLETA DE MONTAÑA.....	19
FIGURA 11 BICICLETA DE MONTAÑA CON SUSPENSIÓN DELANTERA Y TRASERA.....	19
FIGURA 12 BICICLETA DE PASEO .....	20
FIGURA 13 BICICLETA DESPLEGADA (IZQ) BICICLETA PLEGADA (DRCHA) .....	21
FIGURA 14 BICICLETA DE DOS RUEDAS DELANTERAS.....	22
FIGURA 15 PARTES DE UNA BICICLETA .....	23
FIGURA 16 PARTES DE UNA BICICLETA DE DOS RUEDAS DELANTERAS .....	24
FIGURA 17. TRAYECTO DESDE PRÍNCIPE PIO A ATOCHA SEGÚN LA APLICACIÓN GOOGLE MAPS.....	26
FIGURA 18. GRÁFICA DE ALTITUD DEL TRAYECTO [M] ELEGIDO VS. PUNTO KILOMÉTRICO [KM].....	27
FIGURA 19. GIRO DE CALLE MOZART CON PASEO DE LA FLORIDA.....	30
FIGURA 20. CURVA INICIAL DEL TRAMO 2 .....	31
FIGURA 21. TRAMO DE CURVAS ENLAZADAS.....	32
FIGURA 22. RADIO DE GIRO DE LA CURVA CENTRAL.....	32
FIGURA 23. VIRAJE ENTRE CALLE ESPARTEROS Y CALLE MARQUÉS VIUDO DE PONTEJOS .....	33
FIGURA 24. ROTONDA DE ENLACE DEL PASEO DEL PRADO CON EL PASEO DE LA INFANTA ISABEL .....	34
FIGURA 25. ESQUEMA DE FUERZAS.....	37
FIGURA 26. ORBEA CARPE.....	40
FIGURA 27. BICICLETA MODELIZADA EN CATIA V5.....	41
FIGURA 28. DIAGRAMA DE FUERZAS PARA PENDIENTES DE ÁNGULO $\alpha$ .....	42
FIGURA 29. HORQUILLA DELANTERA, URBAN M.....	45
FIGURA 30. ESQUEMA DE BICICLETA DE DOS RUEDAS DELANTERAS .....	46
FIGURA 31. VISTAS ESQUEMÁTICA DE LA BICICLETA DE DOS RUEDAS DELANTERAS.....	46
FIGURA 32. ESQUEMA DE FUERZAS EN PENDIENTE DE UNA BICICLETA DE DOS RUEDAS DELANTERAS...	47
FIGURA 33. GRÁFICA DE ÁNGULO VS FUERZA EN UNA BICICLETA CONVENCIONAL CON $\alpha > 0$ .....	50
FIGURA 34. GRÁFICO DE ÁNGULO VS FUERZA EN UNA BICICLETA DE DOBLE RUEDA DELANTERA CON $\alpha > 0$ .....	51
FIGURA 35. CARGA F2 EN BICICLETA SIMPLE VS. CARGA F2 EN BICICLETA DE DOS RUEDAS DELANTERAS $\alpha > 0$ .....	53
FIGURA 36. GRÁFICA DE ÁNGULO VS FUERZA EN UNA BICICLETA CONVENCIONAL CON $\alpha < 0$ .....	56
FIGURA 37. FIGURA 18. GRÁFICO DE ÁNGULO VS FUERZA EN UNA BICICLETA DE DOBLE RUEDA DELANTERA CON $\alpha < 0$ .....	57
FIGURA 38. CARGA F2 EN BICICLETA SIMPLE VS. CARGA F2 EN BICICLETA DE DOS RUEDAS DELANTERAS $\alpha < 0$ .....	59
FIGURA 39. VARIACIÓN DE F1 [N] Y F2 [N] CON RESPECTO AL PESO DEL CICLISTA CON UNA PENDIENTE CONSTANTE (5%) EN BICICLETA CONVENCIONAL.....	61
FIGURA 40. VARIACIÓN DE F1 Y F2 CON RESPECTO AL PESO DEL CICLISTA CON UNA PENDIENTE CONSTANTE EN BICICLETA DE DOS RUEDAS DELANTERAS.....	62
FIGURA 41. ESQUEMA DE FUERZAS DE UNA RUEDA.....	66
FIGURA 42. PAR DE FUERZAS EN UNA RUEDA .....	67

FIGURA 43. MOMENTO ANGULAR .....	67
FIGURA 44. ESQUEMA DE FUERZAS DURANTE EL GIRO.....	69
FIGURA 45. BALANCEO DE UNA BICICLETA DE DOS RUEDAS DELANTERAS .....	70
FIGURA 46. BICICLETA SELECCIONADA PARA EL ESTUDIO DEL GIRO.....	71
FIGURA 47. GIRO EN BICICLETA CONVENCIONAL.....	73
FIGURA 48. ANCHO FRONTAL DURANTE EL GIRO EN BICICLETA SIMPLE.....	73
FIGURA 49. ANCHO FRONTAL DURANTE EL GIRO EN BICICLETA DE DOBLE RUEDA DELANTERA.....	74
FIGURA 50. DIAGRAMA DE FUERZAS RUEDA-MANILLAR EN BICICLETA SIMPLE .....	75
FIGURA 51. ALZADO DE DIAGRAMA DE FUERZAS RUEDA-MANILLAR EN BICICLETA SIMPLE.....	76
FIGURA 52. DIAGRAMA DE FUERZAS RUEDA-MANILLAR EN BICICLETA DE DOS RUEDAS DELANTERA .....	78
FIGURA 53. VISTA FRONTAL DEL DIAGRAMA DE FUERZAS MANILLAR-RUEDA .....	78
FIGURA 54. ALZADO DE DIAGRAMA DE FUERZAS RUEDA-MANILLAR EN BICICLETA DE DOS RUEDAS DELANTERAS .....	79
FIGURA 55. DIFERENCIA DE TAMAÑO DE RUEDAS EN BICICLETA DE DOS RUEDAS DELANTERAS.....	80
FIGURA 56. FRENO DE ZAPATA .....	82
FIGURA 57. FRENO DE DISCO .....	83
FIGURA 58. ESQUEMA DE FRENO DE DISCO .....	84
FIGURA 59. CIRCUITO HIDRÁULICO DE LOS FRENOS DE DISCO.....	84
FIGURA 60. DISCO DE FRENO. TIPOS. ....	85
FIGURA 61. PASTILLAS DE FRENO.....	85
FIGURA 62. DIAGRAMA DE FRENO DE DISCO.....	86
FIGURA 63. DESPLIEGUE DE FRENO HIDRÁULICO .....	87
FIGURA 64. FUERZA DE FRENADA .....	91

## ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 1. DATOS DE ALTITUD[M] VS. PUNTO KILOMÉTRICO [KM] .....	27
TABLA 2. ALTURA Y PESO DE LA POBLACIÓN ESPAÑOLA.....	35
TABLA 3. ALTURAS Y TALLAS DADAS POR EL FABRICANTE ORBEA .....	40
TABLA 4. MEDIDAS DE LA BICICLETA ORBEA CARPE.....	41
TABLA 5. SUBIDA DE PENDIENTE. BICICLETA SIMPLE VS. BICICLETA DE DOBLE RUEDA DELANTERA .....	52
TABLA 6. PORCENTAJES DE CARGA EN SUBIDA DE RAMPAS.....	54
TABLA 7. . BAJADA DE PENDIENTE. BICICLETA SIMPLE VS. BICICLETA DE DOBLE RUEDA DELANTERA.....	58
TABLA 8. PORCENTAJES DE CARGA EN BAJADA DE RAMPAS.....	60
TABLA 9. VARIACIÓN DEL PESO DEL USUARIO EN PENDIENTE. BICICLETA SIMPLE VS. BICICLETA DE DOBLE RUEDA DELANTERA.....	63
TABLA 10. PORCENTAJES DE CARGA EN FUNCIÓN DEL PESO DEL USUARIO EN PENDIENTE .....	64
TABLA 11. PORCENTAJES DE CARGA EN FUNCIÓN DEL PESO DEL USUARIO EN PENDIENTE NULA.....	65
TABLA 12. ANCHO FRONTAL .....	74
TABLA 13: PRESUPUESTO.....	95



# 1 INTRODUCCIÓN

A lo largo de la historia el transporte de personas y mercancías ha evolucionado hasta presentar, en la actualidad, multitud de vías y métodos de transporte diferentes. Desde el uso de caballos en la antigüedad hasta los modernos aviones, coches, motocicletas, barcos, trenes etc., que facilitan cada vez más esta tarea.

Durante este periodo se hace evidente que las ciudades también han evolucionado, creciendo en tamaño y en población haciendo que los transportes urbanos comenzasen a ser indispensables en el desarrollo de las ciudades. Por ello, el uso de coches, motos, bicicletas y de diversas formas de transporte público para los desplazamientos dentro de las ciudades pasan a ser una necesidad.

Toda esta evolución también ha generado aspectos negativos como: la masificación de los medios de transporte convencionales, los problemas de alta contaminación asociados al uso de combustibles fósiles o la contaminación acústica que diariamente se genera en todas las grandes urbes, entre otros.

La concienciación sobre los problemas del cambio climático, el medio ambiente y el ahorro energético toma cada vez más importancia en todas las sociedades, y la necesidad de disminuir en lo posible los efectos negativos de los medios de transporte es un gran debate que cada día gana más fuerza. Surgen de esta forma líneas de desarrollo cuyo objetivo se resume en disminuir o eliminar los efectos negativos de los transportes convencionales.

Una de las soluciones que la mayor parte de las ciudades modernas plantean e incentivan es el uso de la bicicleta y países como Holanda, con gran tradición en el uso de la bicicleta como transporte urbano diario, se convierten en modelos a seguir.

Esta solución cuenta con un gran número de apoyos y cada vez es más frecuente añadir la función de medio de transporte diario a lo que hasta la fecha era solo un medio para el deporte ocasional y el ocio. Además, la inversión en infraestructuras destinadas al uso de la bicicleta aumenta gradualmente: carriles bici, puntos de alquiler de bicicletas y la concienciación ciudadana son solo algunos de los ejemplos de este desarrollo.

La bicicleta no contamina, respeta el medio ambiente y no genera contaminación acústica. Además, puede adaptarse para ajustarse al usuario de diferentes formas. Existe la posibilidad de cambiar su geometría, modificar los desarrollos mecánicos para mejorar la eficiencia de pedaleo, añadir una tercera rueda de apoyo bien en el tren delantero o en el trasero, etc.

Siendo esta última modificación bastante demandada y en continuo desarrollo, principalmente en las ciudades, el siguiente proyecto analizará el motivo del nacimiento de las bicicletas de dos ruedas delanteras y su utilidad en el ambiente urbano en el que están diseñadas para circular.

La base de la comparación, lejos de tratarse de un análisis en profundidad de cada componente del sistema, se enfoca en el estudio de las características de las bicicletas de dos ruedas delanteras y en comparar cuales de ellas pueden beneficiar o perjudicar al usuario frente a una bicicleta convencional de dos ruedas en tándem.

Teniendo en cuenta las premisas anteriores, este documento recoge algunos de los aspectos básicos que habría que conocer para que cualquier usuario pudiera determinar ya no que bicicleta es la mejor, sino que tipo de bicicleta se adecua más a sus necesidades y capacidades.

## 2 OBJETIVOS

Una bicicleta de dos ruedas delanteras puede proporcionar una serie de ventajas con respecto a una bicicleta convencional, pero también plantea inconvenientes que es necesario conocer.

El presente proyecto tiene como objetivo el realizar una comparación de ambas construcciones y evidenciar en qué puntos una bicicleta de dos ruedas delanteras supera a una convencional y viceversa (en un determinado recorrido) siempre atendiendo a las repercusiones sobre usuario.

- El primer objetivo reside en analizar y cuantificar el efecto que la subida de una pendiente genera sobre los dos tipos de bicicletas en función del ángulo de subida y de los posibles pesos de los usuarios. Será también objetivo evaluar la redistribución de cargas sobre los ejes de las bicicletas en dicha pendiente. Lo mismo se analizará si en una rampa de descenso.
- El segundo objetivo principal es el evaluar qué diferencias se encuentran entre ambas bicicletas durante un viraje con respecto a las fuerzas que el usuario debería compensar en el manillar y el espacio que ocupa cada bicicleta durante el giro.
- Por último, el tercer objetivo se centra en analizar las diferencias de frenada entre ambos sistemas de transporte y las transferencias de carga que se generan durante la misma con el fin de esclarecer que modelo de bicicleta sería más útil para el usuario.

### 3 ESTADO DEL ARTE

#### 3.1 HISTORIA DE LA BICICLETA

La bicicleta es una máquina que transforma la energía de pedaleo del usuario en energía cinética. Su forma más simple, en la Figura 1 [11], presenta dos ruedas unidas a través de una estructura más o menos rígida que permite que el usuario pedalee cómodamente y dirija la bicicleta en la dirección que desee.

A partir de dicho modelo simple, aparecen otras configuraciones que varían en geometría y/o características las cuales se explicaran posteriormente.



Figura 1 Bicicleta convencional

### 3.1.1 EVOLUCION

La bicicleta nace derivada del velocípedo hace más de 100 años. En 1885 John Kemp Starley [12] diseñó lo que se considera la primera bicicleta moderna, aunque se basó en los modelos europeos que ya habían sido construidos a lo largo del siglo XIX que a lo largo de este apartado se explicarán. Se comercializó como Rover Safety Bicycle (Figura 2).



Figura 2 La Rover Safety Bicycle

Anteriormente hubo algunos otros cuyo objetivo principal siempre fue el mismo, transportar a las personas sobre dos ruedas en tándem. La Rover Safety Bicycle fue el último diseño que dio paso a las bicicletas tal y como se conocen hoy en día.

### 3.1.2 CRONOLOGÍA

En 1816 Karl Dreis inventó la *Laufmaschine*, traducido como la máquina de correr. Consistía en una especie de carrito con dos ruedas en línea sin cadena de transmisión, ni pedales, ni frenos pero que si contaba con sillín, manillar para la dirección y el cuadro. Se movía y se frenaba utilizando los pies como se muestra en la Figura 3.



Figura 3 Laufmaschine (Izq) e instrucciones de uso (Dcha)

También se conoce a este prototipo como la Drasiana.

Con un prototipo similar en 1839, Kirkpatrick Macmillan dotó de pedales al sistema para impulsarlo. Con un sistema similar al encontrado en los trenes, como se aprecia en la Figura 4.



Figura 4 Bicicleta de Kirkpatrick Macmillan

Con este invento se consigue por primera vez impulsar la bicicleta sin necesidad de poner los pies en el suelo, con el inconveniente de ser un sistema muy pesado con las consecuencias que este conlleva en el esfuerzo para desplazarse.

Veintidós años después, en 1861, un inventor francés llamado Ernest Michaux desarrolló la *Michaulina* (Figura 5).



Figura 5 Bicicleta de Ernest Michaux

Se trata de una bicicleta con un diseño evolucionado de la *Laufmaschine* a la que añadieron pedales en la rueda delantera que presentaba un tamaño más grande que la trasera. Cabe destacar que se añadió por primera vez un pequeño dispositivo de freno mediante una zapata que se accionaba a través de un cable sobre la rueda trasera.

La bicicleta de Ernest Michaux no se considera la primera bicicleta moderna porque carece de la transmisión por cadena aunque cuenta prácticamente con el resto de elementos que se pueden encontrar actualmente. Fue patentada y se empezó a producir en serie por su gran aceptación en el pueblo francés.

Poco después se introdujeron en 1869 los primeros neumáticos de goma maciza.

En 1873 se diseñó la famosa bicicleta de rueda alta. James Starley (Figura 6) utilizó una rueda delantera 3 veces más grande que la rueda trasera para su modelo de bicicleta. Este diseño fue tremendamente popular, añadiéndose en posteriores actualizaciones neumáticos de goma maciza y, por último neumáticos con cámara de aire.



**Figura 6 Bicicleta de James Starley**

Este modelo, difícil de manejar, llevó a John Kemp Starley a crear la bicicleta de seguridad comentada al principio de este apartado, naciendo así la bicicleta moderna.



## 3.2 TIPOS DE BICICLETAS

Las bicicletas pueden clasificarse en 4 grandes grupos: bicicletas de carretera, bicicletas de pista, bicicletas de montaña y bicicletas urbanas.

### 3.2.1 BICICLETAS DE CARRETERA

Las bicicletas de carretera, como su propio nombre indica, están diseñadas para circular únicamente por asfalto. Con este fin, este tipo de bicicletas presenta un diseño que permite al ciclista pedalear en una postura más aerodinámica.

El manillar presenta tradicionalmente una cuña hacia atrás y el ancho de la cubierta de las ruedas es estrecho en comparación con cualquier otro tipo de bicicleta. En la Figura 7 se observa un ejemplo actual de una bicicleta de carretera.



Figura 7 Bicicleta de carretera

Este tipo de bicicletas no monta suspensiones puesto que no se hacen necesarias para circular por asfalto (las irregularidades del mismo no suponen un problema para este tipo de vehículos). Los frenos generalmente son de zapata aunque existen modelos que ya cuentan con discos de freno.

En este tipo de bicicletas se busca la máxima eficiencia por cada pedalada. Por este motivo, el uso de materiales cada vez más ligeros, la mejora aerodinámica y la búsqueda de la posición ideal para el ciclista se han convertido en objetivos a lograr por parte de todos los fabricantes.

Las bicicletas de carretera presentan diversas configuraciones en función del tipo de uso.

Las bicicletas de contrarreloj y triatlón presentan las mismas características principales (ausencia de suspensiones, ancho de cubierta estrecho, etc.) pero con un mayor énfasis en la postura del ciclista y en la aerodinámica. En la Figura 8 se puede observar los ajustes aerodinámicos del cuadro y el aumento del perfil de la rueda (a mayor perfil menor resistencia aerodinámica pero mayor exposición a posibles vientos laterales). Con el mismo fin, se sustituye el manillar tradicional por dos barras donde el ciclista apoya los antebrazos logrando una postura aún más aerodinámica.



Figura 8 Bicicleta de contrarreloj

Existe otro tipo de bicicleta, llamada bicicleta de ciclocross, que presenta una estructura similar a las bicicletas de carretera pero con una diferencia notable en el ancho de las cubiertas con el fin de adaptar su uso a otro tipo de terrenos más accidentados. En la Figura 9 , se observa un ejemplo de la misma, donde las ruedas son un híbrido entre las ruedas finas y lisas propias de las bicicletas de carretera y las anchas y rugosas propias de las bicicletas de montaña.



Figura 9 Bicicleta de ciclocross

### 3.2.2 BICICLETAS DE MONTAÑA

Las bicicletas de montaña (Figura 10) están diseñadas para circular por cualquier tipo de superficie. Sus características geométricas permiten mayor maniobrabilidad que las bicicletas de carretera y una postura más erguida permite afrontar cualquier dificultad del entorno con mayor solvencia.



Figura 10 Bicicleta de montaña

Las bicicletas de montaña presentan suspensiones para amortiguar las irregularidades del terreno. Las suspensiones pueden ser delanteras y/o traseras. La elección de una u otra, o ambas, se determina en función de las irregularidades del terreno por el que se quiera circular. En la Figura 11 se muestra una bicicleta con suspensión delantera y trasera propias del descenso de montaña.



Figura 11 Bicicleta de montaña con suspensión delantera y trasera

### 3.2.3 BICICLETAS URBANAS

Como ya se ha comentado en el punto 1 , es evidente que el uso de bicicletas como medio de transporte en las ciudades es una solución viable al transporte urbano. Por este motivo, las bicicletas urbanas son un segmento en desarrollo continuo y que presenta diversos modelos en función de los distintos usos de transporte necesarios.

Este tipo de bicicletas, puesto que ya no son un medio para el deporte, presentan características que facilitan y amplían su uso. En la Figura 12 se muestra la bicicleta típica de paseo ampliamente utilizada en países con gran tradición en este tipo de transporte urbano como Holanda.

Aunque presenta los mismos elementos que cualquier otra bicicleta, se aprecia una clara tendencia a la comodidad y facilidad de uso. El sillín es más confortable, el manillar permite circular con total comodidad, el cuadro ayuda a subir sin necesidad de elevar la pierna y se observan dos puntos donde poder trasportar carga.



Figura 12 Bicicleta de paseo



Con la misma filosofía la Figura 13 muestra una bicicleta que presenta características muy parecidas a la anterior pero con una diferencia notable. Se trata de una bicicleta plegable, es decir, se puede doblar sobre sí misma cuando no se utilice para reducir el espacio que ocupa.



**Figura 13 Bicicleta desplegada (Izq) bicicleta plegada (Drcha)**

Se muestra también el aspecto la bicicleta una vez plegada. Se hace evidente la reducción de espacio de almacenamiento que plantea este tipo de bicicletas, muy útil para apartamentos donde no sería posible guardar una bicicleta convencional.

En paralelo a los modelos anteriores, aparece un nuevo tipo de bicicleta. Se trata de una bicicleta urbana que presenta dos ruedas delanteras. En la Figura 14 se muestra uno de los posibles modelos de esta configuración.



**Figura 14** Bicicleta de dos ruedas delanteras

Estas bicicletas presentan, de igual manera, los mismos elementos que cualquier otra bicicleta a excepción de las dos ruedas delanteras y el mecanismo que articula el movimiento del tren delantero.

Este tipo de bicicletas son las que se analizarán, junto con sus versiones convencionales urbanas, en los siguientes puntos del trabajo con el fin de conocer sus ventajas e inconvenientes con respecto a otras bicicletas urbanas convencionales.

### 3.2.4 PARTES DE UNA BICICLETA CONVECCIONAL

En la Figura 15 , se mostraran las partes principales de una bicicleta convencional.

- Sillín: Elemento donde el ciclista se sienta durante la marcha, se une y se ajusta en altura al cuadro través de la tija.
- Cuadro: Elemento estructural principal que sirve de anclaje del resto de elementos y aporta la rigidez necesaria.
- Manillar: pieza clave para la dirección de la bicicleta. Además es el lugar donde se sitúan los mandos de freno y de la transmisión. Se une a la horquilla media la potencia.
- Horquilla: elemento que une la rueda delantera con la dirección y el cuadro. Puede ser rígida o puede montar suspensión. Sirve además como elemento donde se ancla los soportes de freno, tanto de zapata como de disco (este último mostrado en la imagen).
- Transmisión: conjunto que permite llevar la energía del pedal a la rueda trasera. Esta formada por los piñones (parte trasera) y platos (parte delantera) unidos mediante una cadena.
- Pedales: pieza en contacto con el pie del ciclista que recibe toda la fuerza durante el pedaleo. Se une a la transmisión mediante la una biela.



Figura 15 Partes de una bicicleta



### 3.2.5 PARTES DE UNA BICICLETA CON DOS RUEDAS DELANTERAS

En la Figura 16 se muestra las partes de una bicicleta de dos ruedas delanteras. El sillín, transmisión y pedales son similares a cualquier otro tipo de bicicleta. Las diferencias notables residen en la complejidad de la horquilla con el elemento articulado que une las dos ruedas delanteras y la diferencia en el cuadro.



Figura 16 Partes de una bicicleta de dos ruedas delanteras

## 4 FASE DE CALCULOS

A continuación se van a exponer las consideraciones y cálculos que se han realizado para poder comparar ambos sistemas de transporte comentados anteriormente. Los puntos de esta fase del proyecto se resumen en los siguientes apartados:

- Trazado: para poder evaluar un sistema mecánico se debe conocer con anterioridad las condiciones que lo rodean. En el caso de las bicicletas, conocer uso de la misma (si es urbana, para deporte u ocio, etc) y los giros y pendientes que deberán afrontar durante su uso, son datos básicos para poder realizar el estudio.
- Fuerzas: durante el uso de bicicleta se aplican y se reciben un conjunto de fuerzas que permiten que el usuario se impulse, detenga o vire en la dirección deseada. Encontrar y cuantificar las diferencias que estas fuerzas presentan entre los dos modelos de bicicletas que se desean analizar (la bicicleta convencional y la bicicleta de dos ruedas delanteras), será parte del presente apartado.
- Ángulos de giro: puesto que el sistema de dirección varía entre ambos modelos se analizará el movimiento que un usuario debería realizar para cada uno de los modelos diferentes.
- Frenada: la frenada es un punto crucial para la seguridad del usuario, donde cada uno de los modelos presenta un sistema diferente. Por ello, se cuantificarán dichas diferencias en la capacidad de frenada de ambos sistemas.

Cabe destacar que todos los análisis que se realizarán tienen como último fin estudiar la influencia que los dos tipos de bicicletas pudieran tener hacia el usuario

## 4.1 TRAZADO

Para efectuar la comparación se evaluará un trayecto urbano que pretende imitar lo que podría ser un desplazamiento típico de uso diario, en el que se mezclan diferentes curvas, anchuras de vía y pendientes donde, como medio de transporte, se utilizaría la bicicleta.

El recorrido, que se desarrollará a continuación, ha sido escogido por cumplir una serie de factores que servirán para los cálculos posteriores. Estos factores son: zonas llanas, zonas con pendiente, zonas peatonales, y zonas de circulación con tráfico rodado.

El trazado recorre el centro de la ciudad de Madrid, España, entre las estaciones de Príncipe Pio y Atocha, atravesando la Plaza de Jacinto Benavente. Para intentar recrear lo máximo posible este trayecto se utiliza la aplicación Google Maps [3]. Esta permitiría calcular un recorrido teniendo en cuenta diversas variables como: trayectos de menor distancia o menor tiempo en distintos medios de transporte, incluido la bicicleta, calculado en función de las condiciones de tráfico actualizadas a tiempo real. Por otro lado se trata de una de las aplicaciones de ruta más utilizadas por la mayoría de usuarios.

Se obtiene, tal y como se aprecia en la Figura 17, un trayecto urbano que comprende vías de gran tamaño como el Paseo del Prado y pequeñas y reviradas calles en la zona centro entre la Plaza Mayor y la Plaza de Jacinto Benavente.

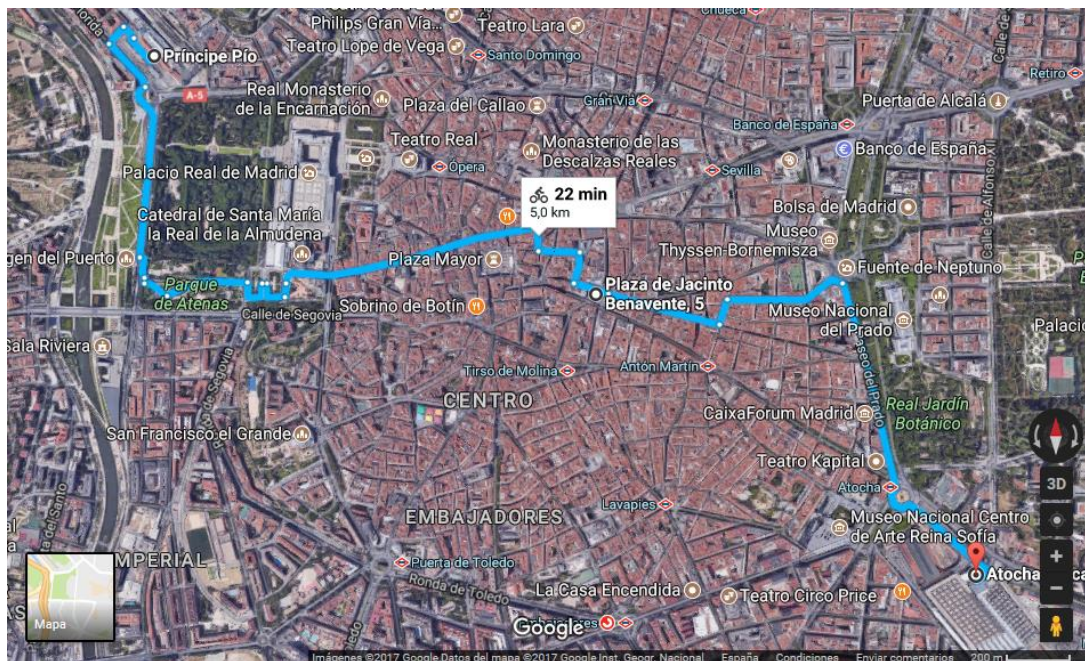


Figura 17. Trayecto desde Príncipe Pio a Atocha según la aplicación Google Maps

En la Figura 18 se puede observar el desnivel total que presenta dicho trayecto en función del punto kilométrico del mismo. La altitud en metros de cada uno de los puntos mostrados se han obtenido de la herramienta Google Earth, que presenta un módulo capaz de proporcionar la altura sobre el nivel del mar en cualquiera de los puntos del recorrido [4].

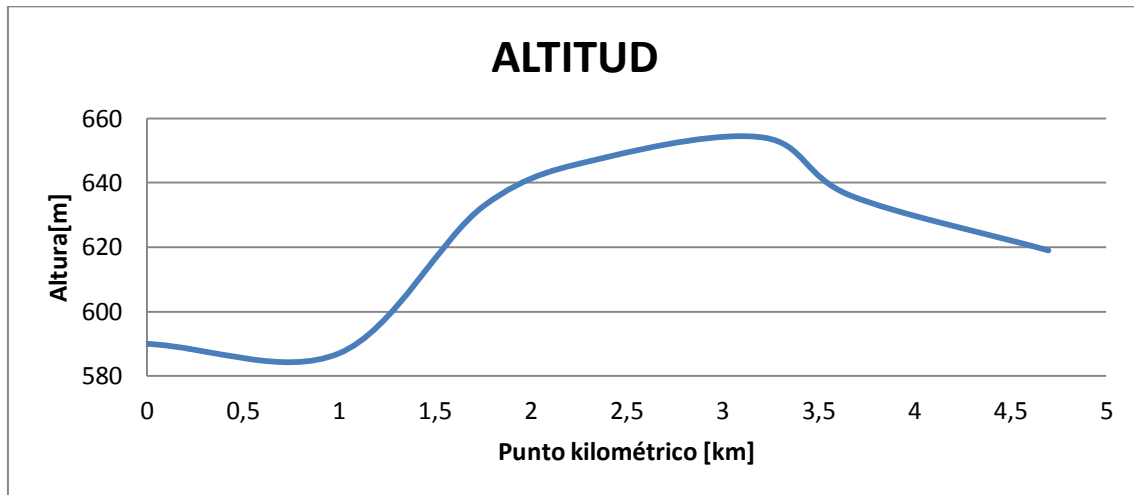


Figura 18. Gráfica de altitud del trayecto [m] elegido vs. Punto kilométrico [km]

La Tabla 1 muestra algunos de los datos de la gráfica anterior que serán de interés para los próximos apartados.

Tabla 1. Datos de altitud[m] vs. Punto kilométrico [km]

Punto	Kilometro(Km)	Altitud(m)
0	0	590
1	1	587
2	1,7	633
3	2,4	648
4	3,2	654
5	3,7	636
6	4,7	619

#### 4.1.1 CURVAS Y PENDIENTES

El presente punto mostrará las curvas y pendientes a la que el usuario que vaya a realizar el trayecto propuesto se enfrentará. Es necesario conocer esta información puesto que una de las principales diferencia entre una bicicleta convencional y una de dos ruedas delanteras, reside en un comportamiento en curva.

El radio de giro junto con la velocidad proporciona la información básica y necesaria para poder calcular las reacciones de los dos sistemas durante el viraje. Con todo ellos se puede saber de qué manera se ha de afrontar la curva para hacerlo en condiciones de seguridad.

Para obtener los radios de giros se ha utilizado la aplicación Google Earth puesto que, dentro de sus distintas funciones, proporciona una herramienta que permite dibujar una circunferencia virtual sobre los mapas de Google Maps. Con dicha circunferencia el programa calcula, teniendo en cuenta la escala, el radio de la misma si se midiera en la calle a escala real. Los demás datos que proporciona la herramienta no serán de interés para este documento y, por tanto, no se tomarán en cuenta.

De igual manera tampoco se tomarán en cuenta las variaciones que el radio de giro puede sufrir durante un viraje que se encuentre en una zona con pendiente.

En el apartado siguiente se analizarán y cuantificaran estos valores.

#### 4.1.2 CARACTERÍSTICAS DE LA RUTA

El ayuntamiento de Madrid enuncia que: *“Salvo en las zonas habilitadas al efecto, se prohíbe la circulación de bicicletas por las aceras y demás zonas peatonales. En aquellas vías o espacios públicos especialmente acondicionados para la circulación de vehículos y peatones en los que los peatones tienen siempre la prioridad, los vehículos deberán adaptarse a la velocidad de los viandantes y no realizarán maniobras negligentes o temerarias que puedan afectar a la seguridad de los peatones o incomodar su circulación o su estancia en el espacio público. En caso de que el vehículo sea una bicicleta, si la distancia entre el ciclista y los peatones no puede ser como mínimo de 1 metro, el ciclista deberá descender de su vehículo y circular andando, de forma que se garantice la seguridad de los peatones.”* [5]

En este apartado se dividirá el trayecto en tramos diferentes que permitirán estudiar de forma separada los datos anteriormente comentados de radio de giro y pendiente.

La división de los tramos responde a criterios tales como la estrechez o amplitud de las calles y a la altura (Tabla 1) entre otros.

- Tramo 1: Desde el inicio hasta el km 1

Comienza en la estación de Príncipe Pío, por el paseo de Florida en dirección sur para enlazar con el Paseo Virgen del Puerto. Esta primera parte, de un kilómetro de longitud, se puede considerar plana puesto que en la Figura 18 se aprecia solo un desnivel negativo de 3 metros.

En base a las normas establecidas por el Ayuntamiento de Madrid mencionada al comienzo de este apartado el tramo elegido comienza en las puertas de la estación en una zona peatonal y, por tanto, no está permitido circular en bicicleta. Esta norma implica la necesidad de empujar la bicicleta mientras se camina. Posteriormente se calculará que dificultades plantean ambos sistemas cuando se debe mover la bicicleta a mano en este tipo de situaciones.

En paralelo con la calle Mozart comienza la zona donde se permite el uso de la bicicleta y de otros automóviles. El primer viraje, como se indica en la Figura 19 se debe realizar a izquierdas, justo antes de incorporarse al Paseo de la Florida.



Figura 19. Giro de calle Mozart con Paseo de la Florida

Con las herramientas ya mencionadas en apartados anteriores, se obtiene, tal y como se indica en la Figura 19, un radio de giro de 3,80 metros.



- Tramo 2: Desde el km 1 hasta el 3,2.

Se vira a la izquierda por el paseo de Plasencia (dirección este) y comienza una ascensión por la Cuesta Vega y la Glorieta Boccherini que se une con la Calle Mayor en sus últimos metros y continuar por esa misma calle hasta el siguiente tramo. Se trata de una ascensión que aumenta gradualmente hasta llegar al 10% de pendiente en algunos momentos puntuales de apenas unos metros.

El comienzo de este tramo se inicia con una curva a izquierdas que une el Paseo de la Virgen del Puerto con el Paseo Cd de Plasencia. En la Figura 20 se observa que dicho viraje presenta un radio de giro de 10,34 metros.



Figura 20. Curva inicial del tramo 2

Al acabar este cambio de dirección se inicia el tramo de subida que termina en el kilómetro 2,4 en la calle mayor.

Para simplificar la fase de cálculos posterior se tomará la subida como lineal. El inicio de la ascensión se encuentra a 587 metros sobre el nivel del mar (punto 1 de la Tabla 1) y el final a 648 metros (punto 3 Tabla 1). Con estos datos, sabiendo que la ascensión se realiza en aproximadamente 1400 metros de trayecto y aplicando la formula [ 1 ] se puede afirmar que la pendiente media de esta subida se sitúa entorno al 4,5 % . Cabe destacar que durante esta pequeña parte del recorrido se realizan una serie consecutiva de curvas que enlazan unas con otras como se muestra en la Figura 21.

$$Pendiente_{rampa}(\%) = \frac{Altura}{Distancia\ longitudinal} \cdot 100 \quad [ 1 ]$$



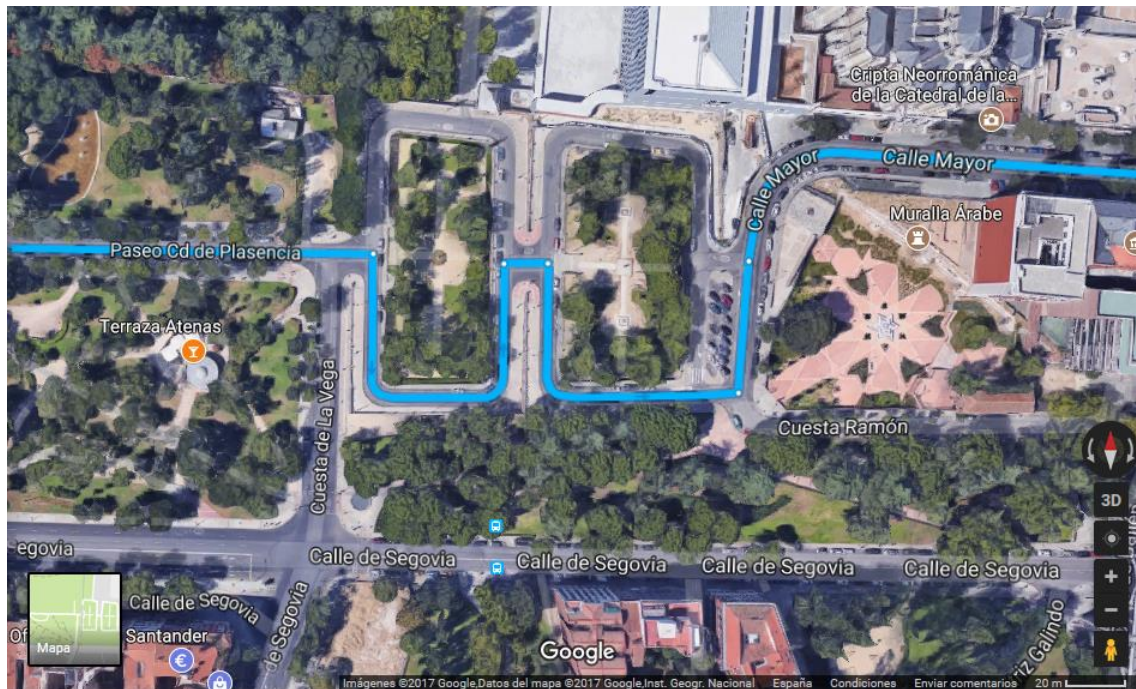


Figura 21. Tramo de curvas enlazadas

Como ejemplo de este tramo se escoge el viraje central de la Figura 21. Se trata de una curva de  $180^\circ$  (Figura 22) que presenta un radio de giro de 6,68 metros.



Figura 22. Radio de giro de la curva central

- Tramo 3: Desde el km 3,2 hasta el 4.

La ruta continua por la Calle Mayor, también en ascensión pero con una pendiente inferior al tramo 1 (2-3% de pendiente) hacia la derecha en el cruce con la calle de San Cristóbal y descender por ella hasta la calle Marqués Viudo de Pontejos donde se gira a la izquierda para llegar a la calle del Correo donde se vuelve a girar, esta vez a la derecha y descender ( con una pendiente de entre 1- 2%) hasta llegar a la Plaza de Jacinto Benavente. El descenso final se supondrá nulo por la corta longitud del trayecto.

Este tramo presenta calles más estrechas, pasando por algunas zonas peatonales. Por ello se toma como ejemplo de este tramo la curva de la Figura 28 por ser un viraje pronunciado de 90° que finaliza en una calle estrecha (2,8 metros de ancho de carretera disponible según la aplicación Google Earth). Se trata del viraje a izquierdas desde la Calle de Esparteros hasta la Calle Marqués Viudo de Pontejos.



Figura 23. Viraje entre Calle Esparteros y Calle Marqués Viudo de Pontejos

En este tramo por ser un punto turístico de interés hay con frecuencia muchos peatones. Por estos motivos se pueden encontrar obstáculos que precisen en un momento dado algún tipo de maniobra de frenada, que se evaluará en siguientes apartados.



- Tramo 4: Desde el km 4 hasta el final del trayecto.

Desde este punto se continúa hasta la Plaza Ángel y se enlaza por la calle de las Huertas. Se vira a la izquierda por la calle León y a la derecha dos manzanas después por la calle Cervantes hasta la gran avenida que es el Paseo del Prado. Tras un leve descenso y girando a la izquierda por la Avenida Ciudad de Barcelona se llega al destino final, la estación de Atocha.

En esta última parte en bajada (1,7 % aplicando la ecuación [ 1 ]) plantea la necesidad de nuevo de poseer un sistema de frenos adecuado, por la propia pendiente y el denso tráfico rodado que circula con asiduidad en este punto.

Como ejemplo de un amplio viraje donde, en principio, la velocidad podría incrementarse con respecto al resto del circuito se selecciona la rotonda que enlaza el Paseo del Prado con el Paseo de la Infanta Isabel. En la Figura 24 se observa dicho paso por la rotonda, tratándose de un viraje de 36 metros de radio.

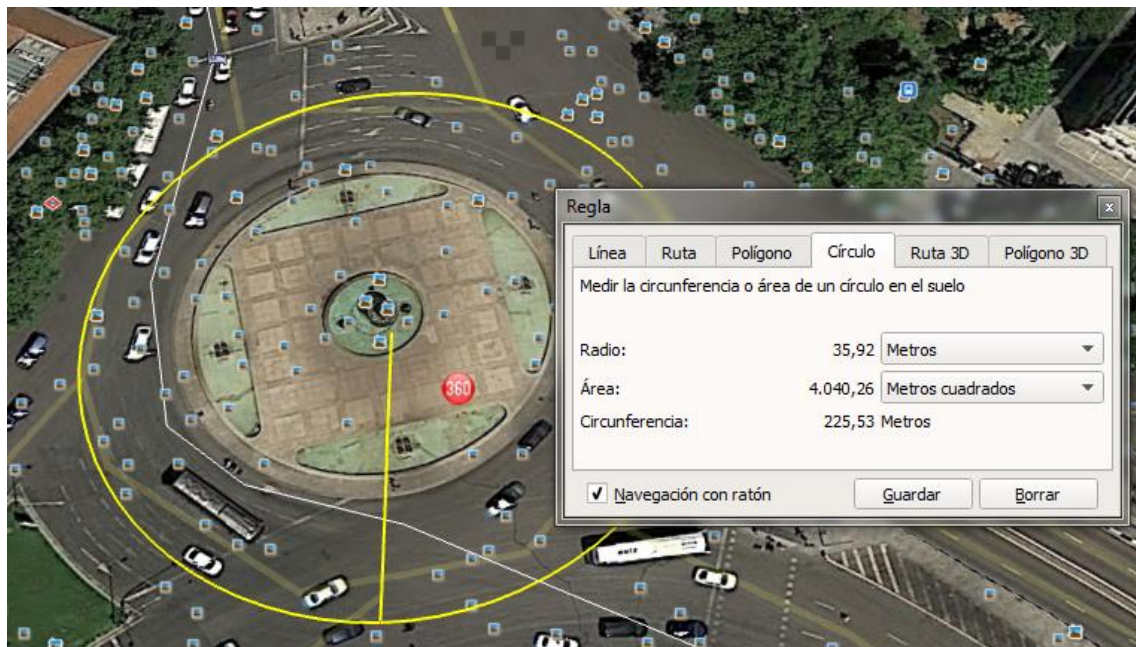


Figura 24. Rotonda de enlace del Paseo del Prado con el Paseo de la Infanta Isabel

Cabe destacar que la circunferencia de la Figura 24 se ha creado acorde con lo establecido en las normas de circulación(3). Se debe circular, siempre que sea posible, por el carril derecho.

En este caso en concreto, en la mitad de la rotonda, se ha optado por utilizar el carril central puesto que es un punto donde transitan numerosos autobuses que suelen utilizar los dos carriles externos como enlace con el carril bus que tienen habilitado, suponiendo un riesgo para la seguridad del usuario en el caso de que se empleasen.

## 4.2 USUARIOS

Para el diseño de cualquier tipo de máquinas y dispositivos que deban ser utilizados por personas es esencial conocer los datos antropométricos de la población para los que son diseñados. La aplicación de esta información en el proceso de diseño mejorará la eficacia de uso así como la comodidad y seguridad del propio usuario [6].

Para el caso de las bicicletas, los datos imprescindibles a conocer son los que hagan referencia a las dimensiones del cuerpo y el peso de los destinatarios.

El trayecto establecido en el apartado 4.1 recorre las calles del centro de Madrid, España. Por ello los datos que se requerirán son los propios de la población española. En este proyecto, serán de utilidad la información de altura y peso puesto que serán los utilizados en apartados posteriores.

### 4.2.1 ALTURA Y PESO

Los datos de altura media y peso de la población española que servirán de referencia en apartados posteriores se muestran en la Tabla 2. En ella se resume la información de masa corporal (kg) y la altura del cuerpo (mm) de la población laboral española conjunta (hombres y mujeres) de diciembre de 1996 corregida en octubre de 1999 [7].

Tabla 2. Altura y peso de la población española

N° (Refer. ISO 7250:1996)	Designación	Tama · mues t.	Media	Desv. típica	Erro r típic o	Percentiles				
						P 1	P 5	P 50	P 95	P 99
1 Medidas tomadas con el sujeto de pie (mm)										
1 (4.1.1)	Masa corporal (peso, kg)	1711	70,46	12,70	0,30 7	46,9	51,0	70,0	92,7	102, 8
2 (4.1.2)	Estatura (altura del cuerpo)	1723	1.663,2 3	83,89	2,02 1	1.47 9	1.52 5	1.66 5	1.80 3	1.85 5

Los datos mostrados son los establecidos en un informe de resultados de los datos antropométricos de la población laboral española [7] del Centro Nacional de Medios de Protección (CNMP) de Sevilla.

En la Tabla 2 se muestra la media y la desviación típica así como los percentiles (parte derecha de la misma) de las muestras estudiadas.

Los percentiles se definen como el porcentaje de población de la muestra que presenta un determinado dato. Como ejemplo, el percentil 95 de la masa corporal de la población de la tabla tiene un valor de 92,7 [kg], es decir, el 95% de la población se encuentra por debajo de ese valor.

El interés de utilizar los datos de la población ocupada reside en que la mayoría de los usuarios de las bicicletas analizadas en este proyecto (bicicletas urbanas) serán personas en situación laboral que las utilicen como transporte diario (desplazamientos al lugar de trabajo, etc).

En los siguientes apartados, los cálculos que tengan asociados algunos de los datos aquí mencionados serán realizados en función de los percentiles que se indican en la tabla resumen de este apartado.

### 4.3 FUERZAS

Para poder comparar las fuerzas que se involucran en una bicicleta convencional se deben aplicar las leyes de Newton, base de toda la mecánica clásica.

La Primera Ley de Newton enuncia que todo cuerpo en reposo seguirá en reposo y todo cuerpo en movimiento seguirá en movimiento rectilíneo uniforme si no se aplica sobre él fuerzas externas. Como en cualquier otro cuerpo, la bicicleta está sometida inevitablemente a varias fuerzas externas que pueden favorecer, o no, el movimiento de la misma [8].

Estas fuerzas se podrían resumir en fuerzas de empuje y fuerzas de resistencia, definiéndose cada una de ellas como se describe a continuación.

**Fuerzas de empuje:** las fuerzas que permiten iniciar y mantener la marcha. Las proporciona el usuario a través de su propio pedaleo. Para poder girar en la dirección deseada se utiliza la fuerza de las articulaciones superiores del cuerpo.

**Fuerzas de resistencia:** las fuerzas que se oponen al movimiento. Se pueden agrupar en dos grupos, fuerzas de rozamiento y resistencia aerodinámica.

En la Figura 25, se muestra un esquema con ambos grupos de fuerzas, donde el punto de referencia del sistema es el centro de gravedad del ciclista más la bicicleta y la pendiente del terreno se supone nula. Haciendo equilibrio de fuerzas se deduce que las fuerzas de empuje han de ser iguales que las fuerzas resistentes y en sentidos opuestos.

$$\sum F_{\text{empuje}} = \sum F_{\text{resistencia}} \quad [2]$$

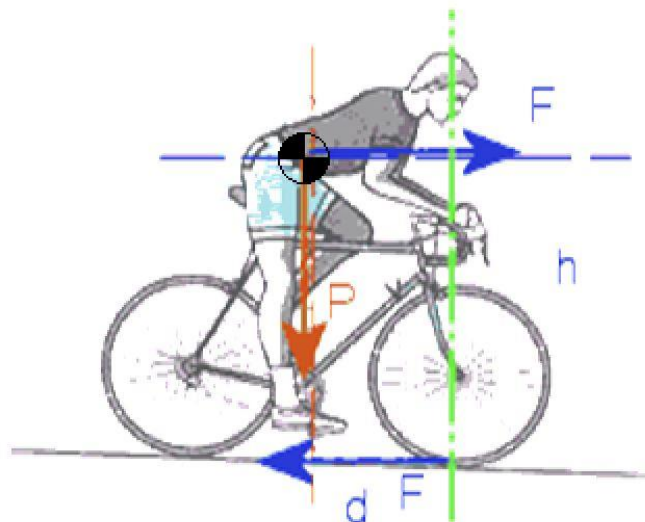


Figura 25. Esquema de fuerzas

Cabe destacar que pendiente del terreno será un factor importante.

La segunda ley de Newton [8] cuantifica el concepto de fuerza [F]. Define F como una combinación de la masa y la aceleración. Afirma que toda aceleración que un cuerpo sufre es directamente proporcional a la fuerza recibida e inversamente proporcional a la masa del mismo.

Se obtiene así la ecuación base de cualquier estudio dinámico.

$$F = m \cdot a \quad [ 3 ]$$

Donde “m” es la masa del cuerpo y “a” la aceleración que sufre.

Dada una visión global del problema a resolver, en los siguientes apartados se cuantificarán y analizarán algunas de las fuerzas que participan en el proceso.

#### 4.3.1 FUERZAS QUE ACTUAN SOBRE UNA BICICLETA

Para el estudio de las fuerzas implicadas durante el uso de una bicicleta, será necesario conocer, en primer lugar, las dimensiones y peso de la misma, al igual que las características de altura y peso del usuario con el fin de dimensionalizar la bicicleta acorde al mismo.

En los siguientes apartados se escogerá el modelo de la bicicleta y se supondrá el tipo de usuario para la misma. Para ello se seleccionará, entre los modelos que actualmente se venden en el mercado, una bicicleta urbana convencional (sin el sistema de doble rueda delantera).

Una vez conocidas las medidas, mediante el programa de diseño CATIA V5 [9], se modelizará de forma esquemática la bicicleta con las medidas del tamaño escogido, para así cuantificar la distribución de pesos y realizar los esquemas de fuerzas necesarios. Con el modelo obtenido, mediante las herramientas de edición de planos de CATIA V5, se generarán los planos de la bicicleta, donde representarán los esquemas de fuerzas citados.

Se utilizará el mismo criterio para la bicicleta urbana de doble rueda delantera, modelizando y esquematizando el modelo posteriormente con la misma filosofía que en el de una suela rueda delantera.

Con los dos tipos de bicicletas analizadas se realizará una comparación posterior fluctuando algunas de las variables como el ángulo de pendiente o el peso del usuario para conocer que parámetros tienen más importancia en la distribución de carga en el sistema en cada una de las bicicletas.



### (a) CARACTERÍSTICAS GEOMÉTRICAS

Con el fin de cuantificar las fuerzas que se generan durante el uso de una bicicleta se supondrá que el usuario utiliza una bicicleta urbana Orbea Carpe [10]. Se selecciona esta marca por ser un fabricante reconocido dentro de la industria que tiene gran experiencia en el diseño de todo tipo bicicletas. El modelo Carpe se escoge por tratarse de un modelo sencillo (ausencia de suspensión, cuadro de diseño tradicional, ruedas más anchas que permiten circular por todos los terrenos, etc.) con un diseño orientado al uso en un entorno urbano.

Para determinar el tamaño de la bicicleta se supondrá que el usuario es un hombre de 1,78 m de altura y 72 kg de peso puesto que se encuentran dentro del percentil 95 de los datos de la población ocupada (ver apartado 4.2). Según las tablas del mismo fabricante, en la Tabla 3 , se debe escoger una bicicleta de talla M para el usuario elegido.

Tabla 3. Alturas y tallas dadas por el fabricante Orbea

ALTURA (CM)	ALTURA (IN)	TALLA
<160	<63	S
165-180	65-71	M
178-190	70-75	L
185-198	73-78	XL

De la misma forma el fabricante proporciona los datos de las medidas de la bicicleta en función de la talla escogida. En la Figura 26 se muestra el esquema de la bicicleta Carpe y en Tabla 4 la las medidas de sus elementos según las tallas. El peso de la bicicleta es de 11,7 kg en los datos proporcionados por el fabricante.

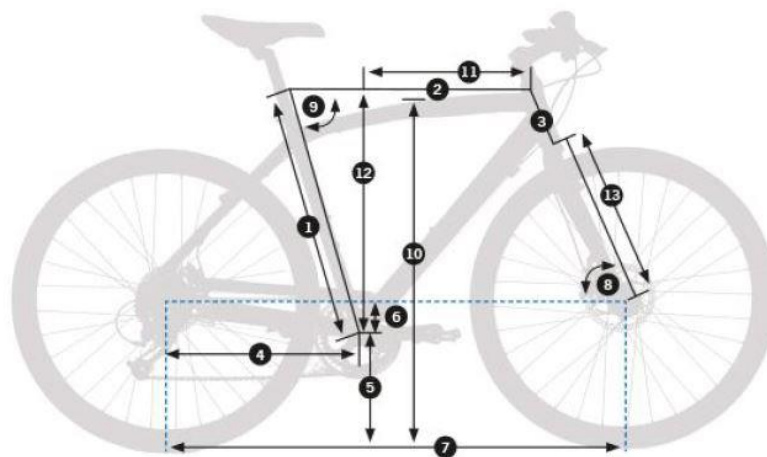


Figura 26. Orbea Carpe

Tabla 4. Medidas de la bicicleta Orbea Carpe

## CARPE

TALLAS	S	M
1 - Tubo de sillín (C-T)	430	480
2 - Tubo horizontal (EFF)	535	550
3 - Tubo frontal	105	130
4 - Vaina	435	435
5 - Altura eje pedalier	278	278
6 - Caída eje pedalier	70	70
7 - Distancia entre ejes	1023	1031
8 - Ángulo frontal	70°	71°
9 - Ángulo del sillín	74°	74°
10 - Altura base	737	775
11 - Largo del cuadro	386	394
12 - Altura del cuadro	518	545
13 - Longitud horquilla	387	387

Tomando como base todos los datos obtenidos hasta ahora, la Figura 27 muestra de forma esquemática en el entorno de CATIA V5 como sería dicha bicicleta.

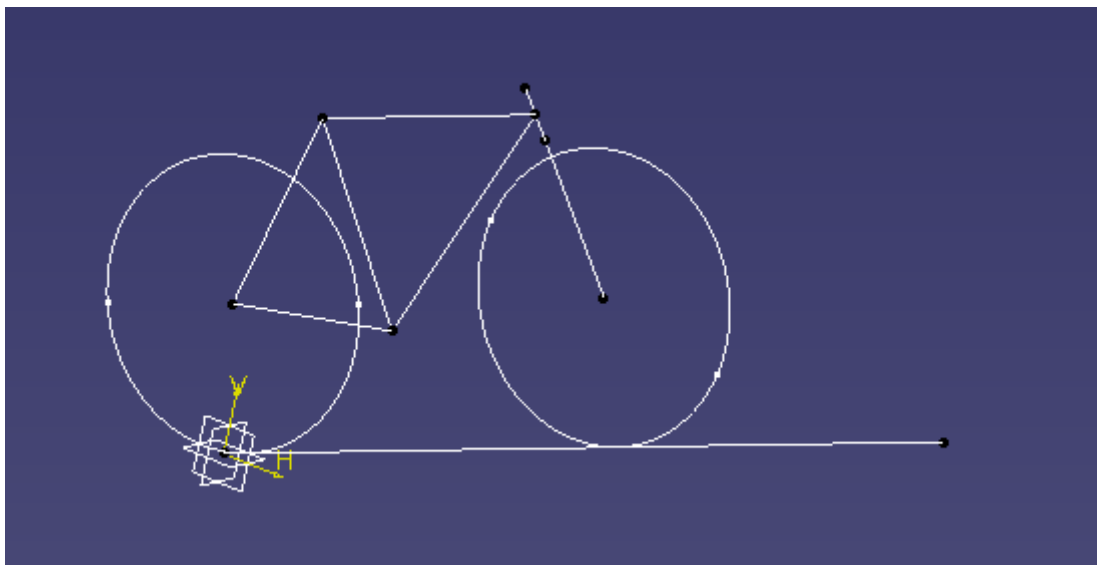


Figura 27. Bicicleta modelizada en CATIA V5

#### 4.3.2 FUERZAS EN FUNCIÓN DE LA PENDIENTE PARA UNA BICICLETA SIN DOBLE RUEDA DELANTERA

En la Figura 28 se representa una vista lateral de la bicicleta Carpe con las medidas de la talla M, obtenida a través del módulo Drawing de Catia V5, sobre una pendiente con ángulo  $\alpha$  sobre la horizontal.

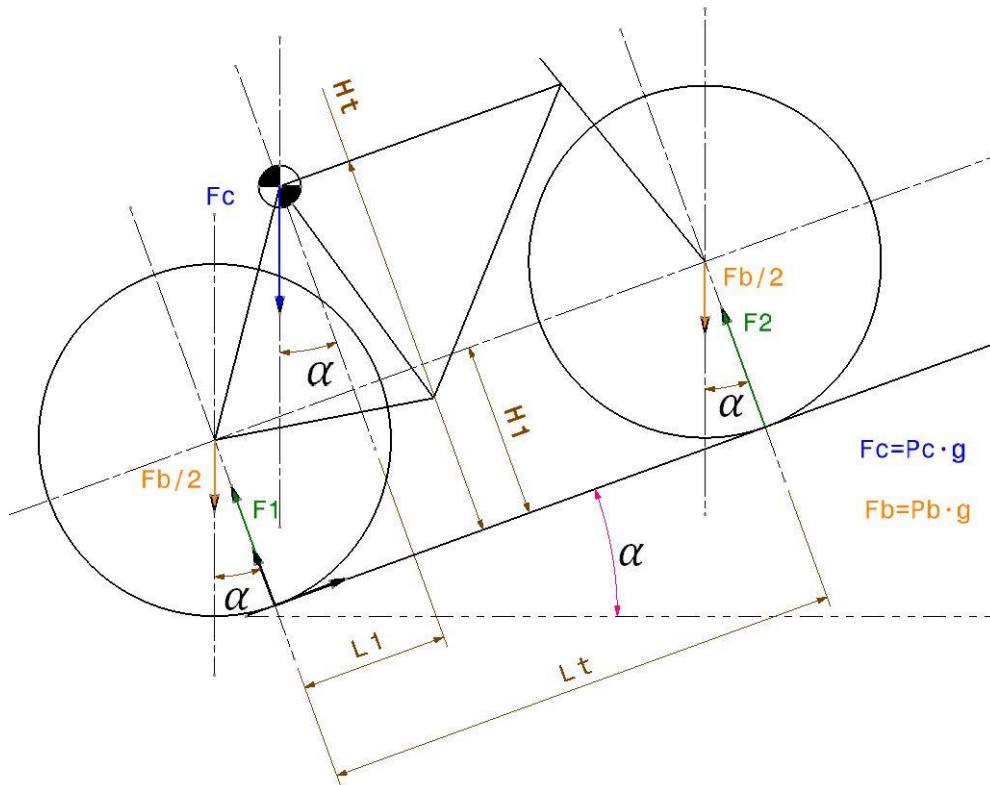


Figura 28. Diagrama de fuerzas para pendientes de ángulo  $\alpha$

Como ya se ha comentado, la pendiente en el circuito planteado varía a lo largo del mismo. Esta vista ha sido generada para conocer el porcentaje de peso que recae sobre cada eje en función de dicha pendiente.

Suponiendo que el ciclista se encuentra apoyado solamente sobre el sillín de la bicicleta con la intención de simplificar el sistema, se muestran dos fuerzas descendentes en el eje vertical que se corresponden con el peso del ciclista aplicado sobre la base del sillín ( $F_c$ ) y la fuerza que el propio peso de la bicicleta genera ( $F_b$ ). Esta última distribuida en partes iguales entre el eje delantero y trasero, el motivo de dicha distribución reside en la simplificación del modelo: las dos ruedas son idénticas y el resto del material se distribuye aproximadamente de forma uniforme sobre el largo de la bicicleta. La fuerza  $F_c$  se aplica como simplificación sobre la base del sillín puesto que este puede estar ajustado a mayor o menor altura en función de la longitud de las piernas del usuario.

Las fuerzas  $F_1$  y  $F_2$  son las reacciones de los dos apoyos de la rueda, sobre el eje trasero y delantero respectivamente.

Con el esquema de la Figura 28 se calcula las reacciones de los ejes, en función del peso del ciclista ( $P_c$ ) y el ángulo de la pendiente  $\alpha$ .

Tomando momentos en el punto de referencia del sistema (punto de apoyo de la rueda trasera):

$$\sum M = 0$$

$$F_b/2 \cdot \cos(\alpha) \cdot Lt - F_b/2 \cdot \sin(\alpha) \cdot h1 - F_2 \cdot Lt + F_c \cdot \cos(\alpha) \cdot L1 - F_c \cdot \sin(\alpha) \cdot Ht - F_b/2 \cdot \sin(\alpha) \cdot H1 = 0$$

$$F_b/2 \cdot \cos(\alpha) \cdot Lt - F_b \cdot \sin(\alpha) \cdot H1 - F_2 \cdot Lt + F_c \cdot \cos(\alpha) \cdot L1 - F_c \cdot \sin(\alpha) \cdot Ht = 0$$

$$F_2 = \frac{F_b/2 \cdot \cos(\alpha) \cdot Lt - F_b \cdot \sin(\alpha) \cdot H1 + F_c \cdot \cos(\alpha) \cdot L1 - F_c \cdot \sin(\alpha) \cdot Ht}{Lt} \quad [4]$$

Con los datos recogidos en apartados anteriores y sabiendo que todas las distancias se dan en milímetros se obtiene:

- $g=9,8 \left[ \frac{m}{s^2} \right]$
- $F_c[N] = P_c[Kg] \cdot g \left[ \frac{m}{s^2} \right]$
- $F_b[N] = P_b[Kg] \cdot g \left[ \frac{m}{s^2} \right]$
- $Lt = 1031$
- $L1 = 292,3$
- $Ht = 775,4$
- $H1 = 348$

Puesto que no es de interés en este punto las fuerzas paralelas al suelo, se supondrá que la bicicleta no circula y, por tanto, el sumatorio de fuerzas horizontales es nulo.

Además, ya que la bicicleta no se mueve en ninguna dirección, el equilibrio de fuerzas en el eje vertical ha de ser nulo.

$$\sum F_{\text{verticales}} = 0$$

$$F_1 \cdot \cos(\alpha) + F_2 \cdot \cos(\alpha) - \frac{F_b}{2} \cdot 2 - F_c = 0$$

Bastaría con despejar  $F_1$  para conocer la reacción de la rueda trasera.

$$F_1 = \frac{\left[-F_2 \cdot \cos(\alpha) + \frac{F_b}{2} \cdot 2 + F_c\right]}{\cos(\alpha)} = 0 \quad [5]$$

#### 4.3.3 CARACTERÍSTICAS DE UNA BICICLETA DE DOS RUEDAS DELANTERAS

Para estimar las medidas de la bicicleta de dos ruedas se utilizará, como base, la misma bicicleta utilizada en los apartados anteriores.

La diferencia principal reside en la sustitución de la horquilla simple por el sistema de unión y control que permite el movimiento de ambas ruedas delanteras. Se trata de un mecanismo semejante a un cuadrilátero articulado que permite el movimiento vertical independiente de ambas ruedas. Además, proporciona la libertad de poder inclinar de forma lateral las ruedas.

El resto de medidas (cuadro, distancia entre ejes, altura, etc.) serán idénticas al modelo simple.

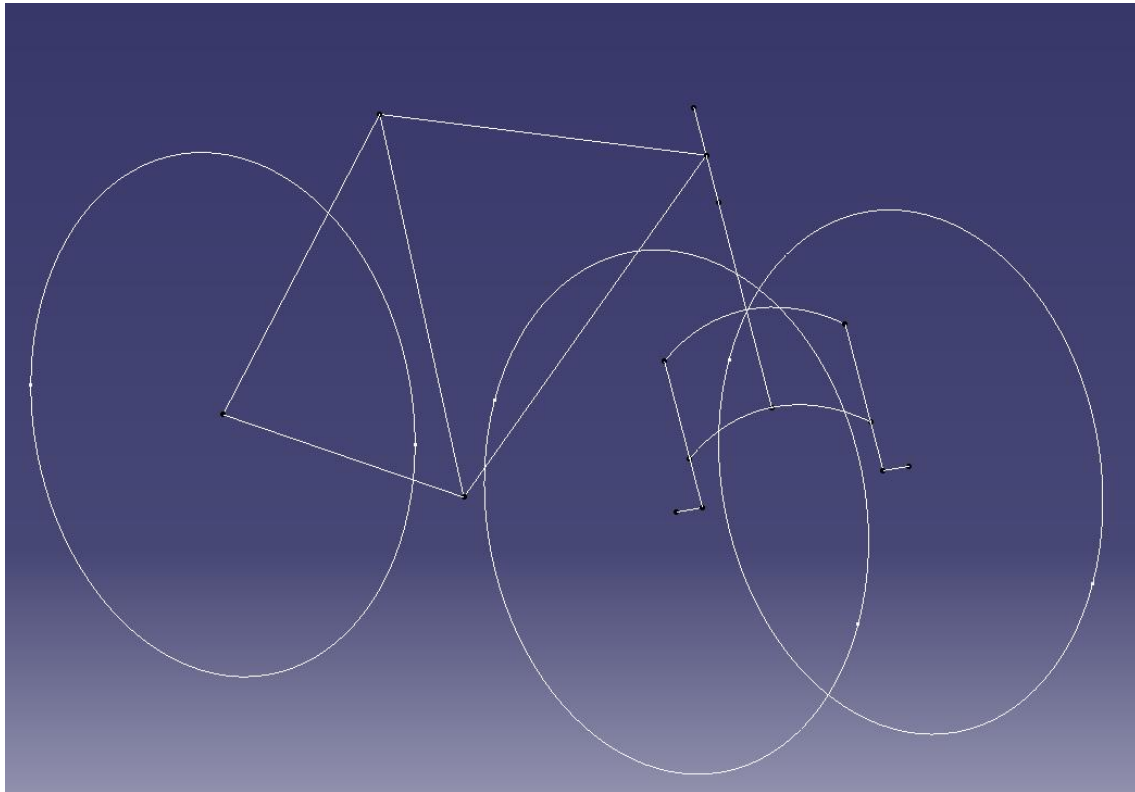
Para la esquematización en CATIA V5 del modelo, se sustituye de igual manera la horquilla delantera convencional por el nuevo mecanismo. Puesto que el fabricante no aporta las medidas de las partes del sistema, se emplea una simplificación basada en la comparación de proporciones entre el tamaño las ruedas y el resto de elementos.

Dicho sistema está basado a su vez en una aproximación esquemática del mecanismo utilizado por el modelo Urban-M [11] mostrado en la Figura 29 .



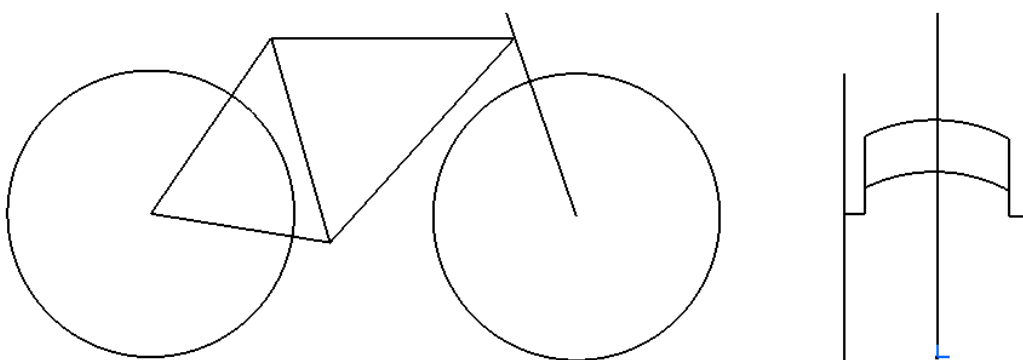
Figura 29. Horquilla delantera, Urban M

De esta manera la modelización esquemática del sistema, tal y como se muestra en la Figura 30.



**Figura 30. Esquema de bicicleta de dos ruedas delanteras**

Posteriormente y con la misma herramienta, mediante la edición de planos se obtienen las vistas de la Figura 31.



**Figura 31. Vistas esquemática de la bicicleta de dos ruedas delanteras**



#### 4.3.4 REACCIONES EN FUNCIÓN DE LA PENDIENTE PARA UNA BICICLETA DE DOBLE RUEDA DELANTERA

En este apartado se procederá con la misma filosofía que en el punto 4.3.2. La diferencia principal recae sobre la nueva distribución de pesos en la bicicleta que produce la sustitución de la horquilla simple por el mecanismo que articula las dos ruedas delanteras.

Suponiendo, como ya se ha comentado, que la bicicleta es idéntica en el resto de componentes, la diferencia de peso se debe únicamente al montaje del mecanismo articulado y la suma de una rueda extra.

Tras consultar con la empresa diseñadora de la bicicleta Urban-m, el mecanismo puede suponer un aumento de peso de 1,5 kg con respecto a la horquilla simple (sin suspensión) que junto con el aproximadamente 1,5 kg extra de cada rueda, supone un aumento total aproximado de 3kg sobre el eje delantero.

En el modelo esquematizado de la Figura 32 muestra una vista lateral de la bicicleta de dos ruedas delanteras con el mismo diagrama de fuerzas que en el caso de la bicicleta simple. La diferencia con el apartado anterior reside en el cambio de peso en el eje delantero de  $F_b/2$  a  $(F_b/2) + F_m$ , donde  $F_m$  es el incremento de peso asociado al nuevo mecanismo delantero.

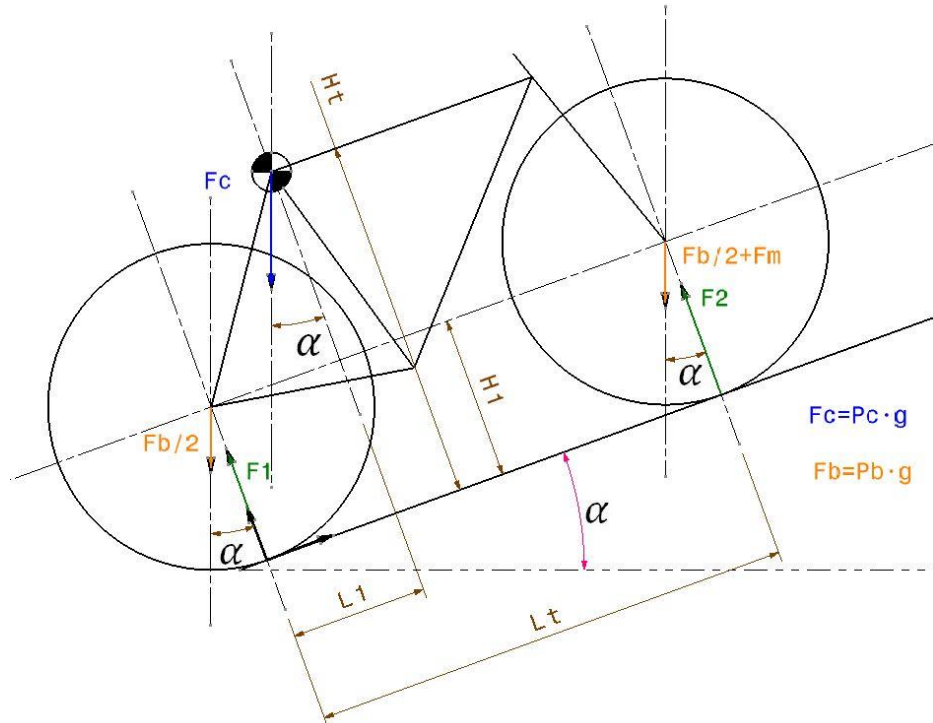


Figura 32. Esquema de fuerzas en pendiente de una bicicleta de dos ruedas delanteras

Con el fin de poder comparar posteriormente ambas bicicletas se desea conocer las mismas F1 y F2, es decir, las reacciones en los ejes con respecto al plano del terreno que el nuevo sistema de doble rueda delantera.

Tomando de nuevo momentos con respecto al punto de apoyo de la rueda trasera se obtiene.

$$\sum M = 0$$

$$\left(\frac{F_b}{2} + F_m\right) \cdot \cos(\alpha) \cdot Lt - \left(\frac{F_b}{2} + F_m\right) \cdot \sin(\alpha) \cdot H1 - F_2 \cdot Lt + F_c \cdot \cos(\alpha) \cdot L1 - F_c \cdot \sin(\alpha) \cdot Ht - \frac{F_b}{2} \cdot \sin(\alpha) \cdot H1 = 0$$

$$F_2 = \frac{\left(\frac{F_b}{2} + F_m\right) \cdot \cos(\alpha) \cdot Lt - \left(\frac{F_b}{2} + F_m\right) \cdot \sin(\alpha) \cdot H1 + F_c \cdot \cos(\alpha) \cdot L1 - F_c \cdot \sin(\alpha) \cdot Ht - \frac{F_b}{2} \cdot \sin(\alpha) \cdot H1}{Lt} \quad [6]$$

Las variables de la ecuación [ 6 ] se definen como:

- $g=9,8 \left[\frac{m}{s^2}\right]$
- $F_c[N] = P_c[Kg] \cdot g \left[\frac{m}{s^2}\right]$
- $F_b[N] = P_b[Kg] \cdot g \left[\frac{m}{s^2}\right]$
- $Lt = 1031[mm]$
- $L1 = 292,3[mm]$
- $Ht = 775,4[mm]$
- $H = 348[mm]$
- $F_m[N] = (Peso_{rueda} + Peso_{mecanismo}) \cdot g = (1,5 [Kg] + 1,5 [Kg]) \cdot g \left[\frac{m}{s^2}\right]$

Por otra parte, puesto que la bicicleta no se mueve en ninguna dirección, el equilibrio de fuerzas en el eje vertical ha de ser nulo.

$$\sum F_{\text{verticales}} = 0$$

$$F_1 \cdot \cos(a) + F_2 \cdot \cos(a) - \left( F_b/2 + F_n \right) - F_b/2 - F_c = 0$$

Bastaría con despejar  $F_1$  para conocer la reacción de la rueda trasera.

$$F_1 = \frac{\left[ -F_2 \cdot \cos(a) + \left( F_b/2 + F_m \right) + F_b/2 + F_c \right]}{\cos(a)} = 0 \quad [7]$$

Al igual que en la bicicleta convencional, las fuerzas horizontales no se tomarán en cuenta.

#### 4.3.5 RESULTADOS DEL CÁLCULO DE FUERZAS

Para la comparación de ambos sistemas se resuelven las ecuaciones [ 5 ] y [ 7 ] de los apartados 4.3.2 y 4.3.4 en función de una variable manteniendo fijas las demás. Con este método se puede cuantificar la importancia de una variable sobre otra y las diferencias entre las dos bicicletas. En este primer gráfico se introducen los datos de peso del ciclista (72 Kg) y peso de la bicicleta (11,7 Kg) estimados en el apartado 4.3.1.

A través de la herramienta Microsoft Excel [12] se generan las gráficas mostradas a continuación.

##### SUBIDA DE PENDIENTE EN LA BICICLETA SIMPLE

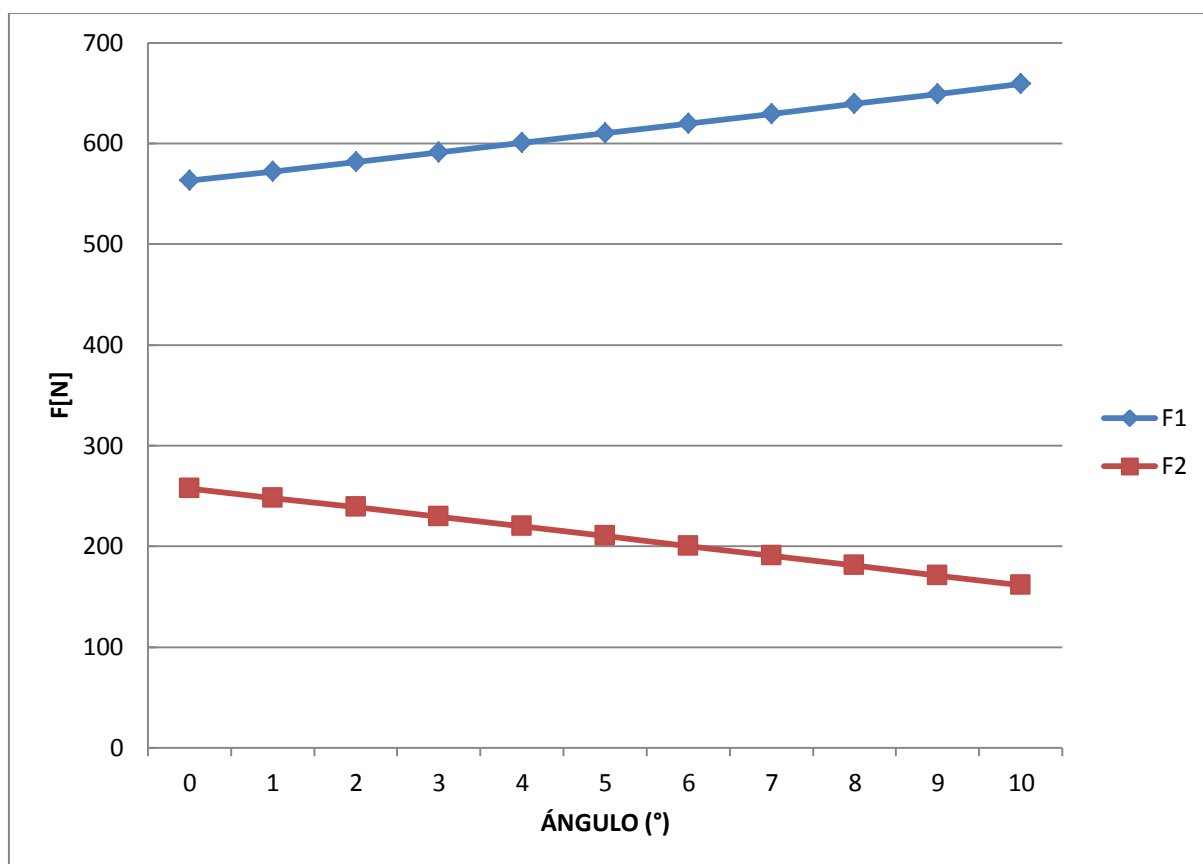


Figura 33. Gráfica de ángulo vs fuerza en una bicicleta convencional con  $\alpha > 0$

En la Figura 33 se muestran la evolución de las fuerzas F1 y F2 a medida que el ángulo ( $\alpha$ ) de la bicicleta con la horizontal aumenta, de forma que  $\alpha > 0$ , es decir, la bicicleta eleva la rueda delantera manteniendo la trasera fija. No se superan los 10 grados de inclinación puesto que esto equivale a una pendiente de 17%, muy superior a la máxima pendiente del circuito (4,5%) ya mencionada en el apartado 4.1.2.

Como parece evidente, a medida que el ángulo crece la rueda trasera (F1) aumenta la carga de peso con respecto a la delantera (F2). A modo de comprobación, se calcula que para todos los puntos, la suma sobre cada eje en la vertical equivale a la suma total ciclista más bicicleta (Tabla 5).

### SUBIDA DE PENDIENTE EN LA BICICLETA DE DOBLE RUEDA DELANTERA

En este caso se implementa el extra de peso establecido en el punto 4.3.3 y se gráfica los resultados de igual manera que para la bicicleta de una sola rueda delantera.

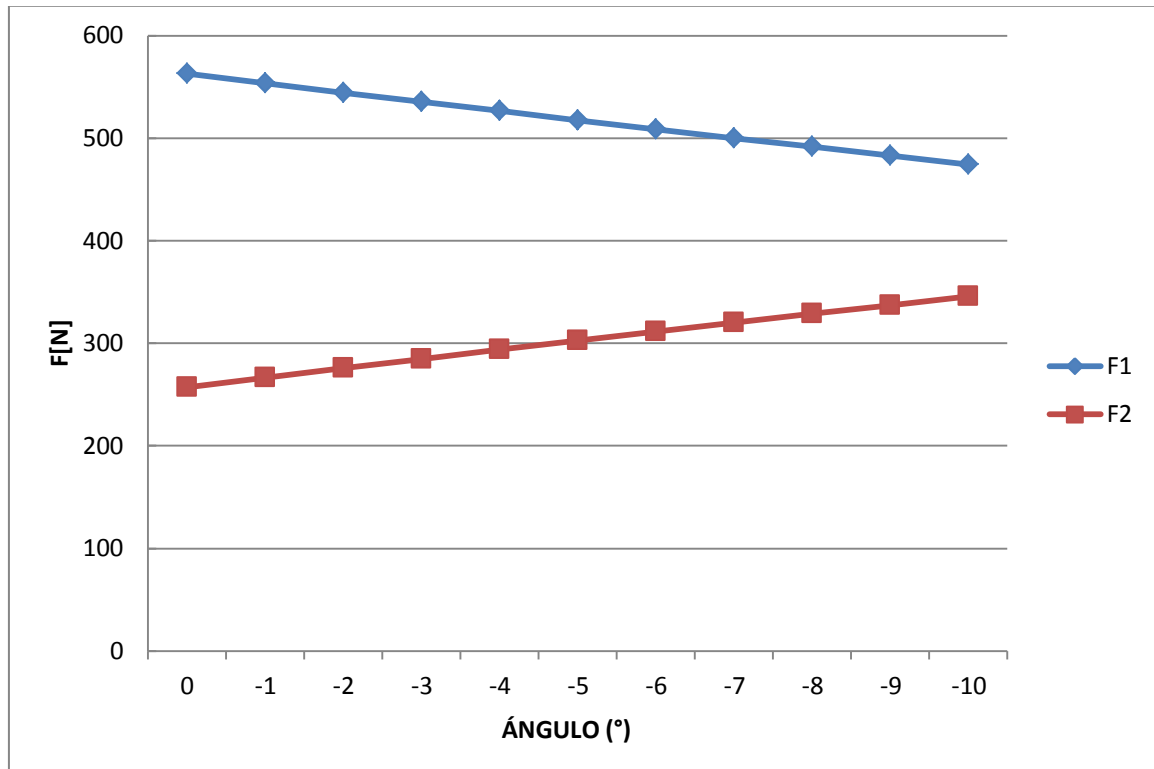


Figura 34. Gráfico de ángulo vs fuerza en una bicicleta de doble rueda delantera con  $\alpha > 0$

En la Figura 34 muestra la misma evolución de las fuerzas F1 y F2 y se obtiene un resultado semejante al obtenido en el apartado anterior (Figura 33). Se puede observar el aumento progresivo de todos los valores de F2, a medida que la pendiente asciende, con respecto a los valores de F2 de la bicicleta convencional.

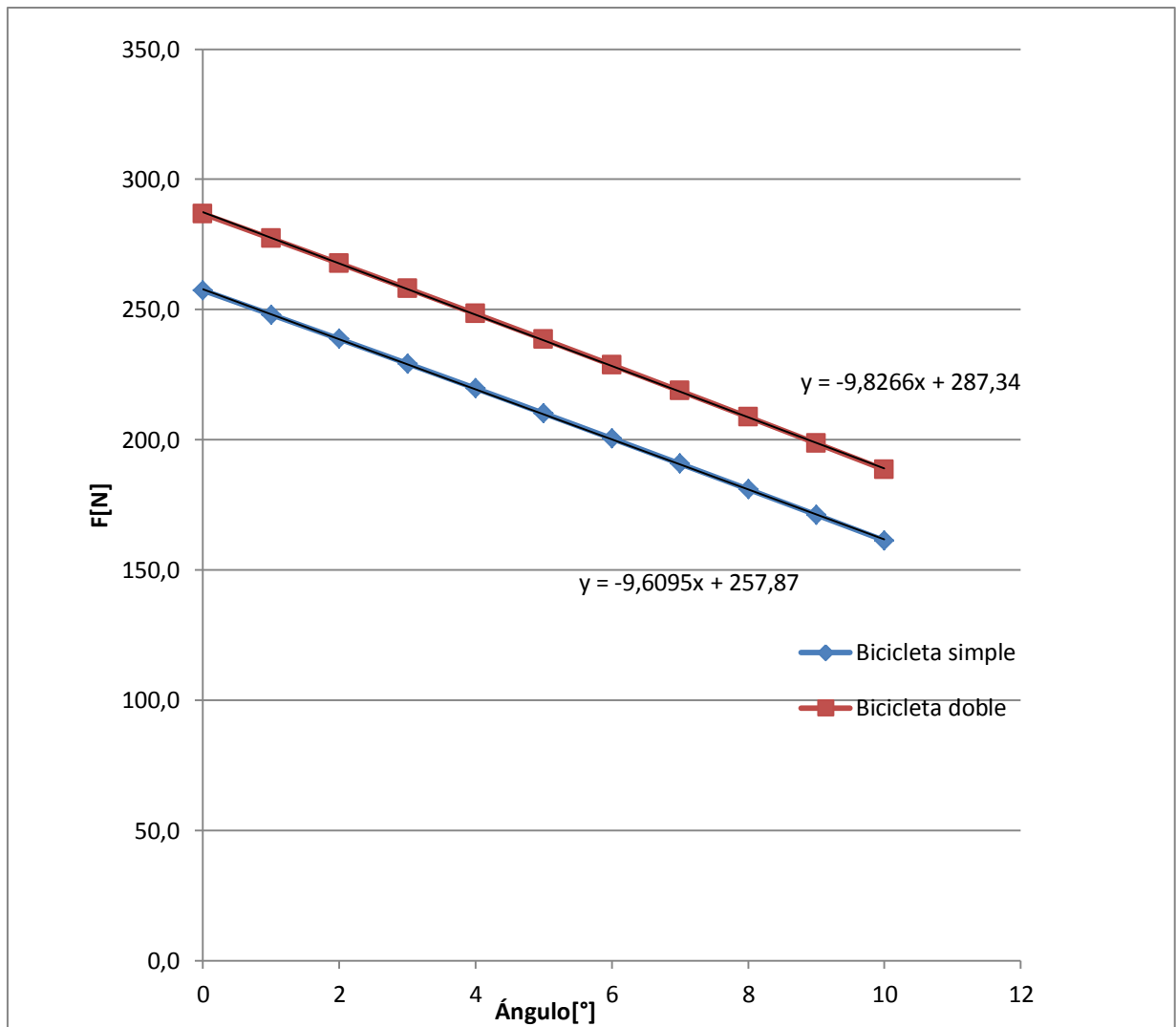
Para poder comparar las dos bicicletas con los resultados obtenidos en este punto se ha generado la Tabla 5 mediante la herramienta Microsoft Excel [12] que relaciona la evolución de las fuerzas estudiadas en cada caso. El peso total incluye el peso del ciclista y el de toda la bicicleta.

**Tabla 5. Subida de pendiente. Bicicleta simple Vs. Bicicleta de doble rueda delantera**

Angulo (°)	Pendiente (%)	BICICLETA SIMPLE			BICICLETA DOBLE		
		F1(N)	F2(N)	Ft (N)	F1(N)	F2(N)	Ft (N)
0	0,0	562,9	257,4	820,3	562,9	286,8	849,7
1	1,7	572,2	248,1	820,3	572,4	277,3	849,7
2	3,5	581,6	238,7	820,3	581,9	267,7	849,7
3	5,2	591,0	229,2	820,3	591,6	258,1	849,7
4	7,0	600,5	219,7	820,3	601,3	248,4	849,7
5	8,7	610,1	210,1	820,3	611,1	238,6	849,7
6	10,5	619,8	200,5	820,3	621,0	228,7	849,7
7	12,2	629,5	190,8	820,3	630,9	218,8	849,7
8	13,9	639,2	181,0	820,3	640,9	208,7	849,7
9	15,6	649,1	171,2	820,3	651,0	198,7	849,7
10	17,4	658,9	161,3	820,3	661,1	188,5	849,7

Para ambos tipos de bicicletas, si se varia el ángulo de inclinación de la pendiente del terreno de forma que la rueda delantera se situé por encima de la trasera, se produce tal y como se muestra en la Tabla 5 una trasferencia de carga de la rueda delantera (F2) hacia la rueda trasera (F1), aunque existen diferencias entre los dos modelos. La fuerza Ft se corresponde con la suma de F1 y F2 en cada caso.

La diferencia de carga en el eje delantero (F2) entre ambos sistemas tiene una media de  $28,4 \pm 0,72$ [N] (calculado en base a los datos de la Tabla 5) mientras que la diferencia de carga en el eje trasero (F1) es mínima (apenas 2,2 [N] en la zona de mayor pendiente) y por tanto despreciable con respecto al total de la carga F1.



**Figura 35. Carga  $F_2$  en bicicleta simple Vs. Carga  $F_2$  en bicicleta de dos ruedas delanteras  $\alpha > 0$**

La Figura 35 muestra gráficamente que la tendencia de la distribución de cargas en  $F_2$  es aproximadamente idéntica en ambas bicicletas (pendiente de 9,8 frente a 9,6), pero siempre con el incremento de peso del mecanismo articulado en la bicicleta de dos ruedas delanteras.

Con todo ello, en una primera aproximación, se puede afirmar que el aumento de peso que el mecanismo articulado supone para la bicicleta, única y exclusivamente en el eje delantero del sistema.



Puesto que se desea conocer qué repercusiones pueden tener ambos vehículos en el usuario, se calcula que porcentaje de carga (respecto al total del peso en cada bicicleta indicados en la Tabla 5) que recibe cada eje.

**Tabla 6. Porcentajes de carga en subida de rampas**

Angulo (°)	Pendiente (%)	BICICLETA SIMPLE		BICICLETA DOBLE		DIF_ F1(%)	DIF_ F2(%)
		F1 (%)	F2 (%)	F1 (%)	F2 (%)		
0	0,0	68,6	31,4	66,2	33,8	-2,4	2,4
1	1,7	69,8	30,2	67,4	32,6	-2,4	2,4
2	3,5	70,9	29,1	68,5	31,5	-2,4	2,4
3	5,2	72,1	27,9	69,6	30,4	-2,4	2,4
4	7,0	73,2	26,8	70,8	29,2	-2,4	2,4
5	8,7	74,4	25,6	71,9	28,1	-2,5	2,5
6	10,5	75,6	24,4	73,1	26,9	-2,5	2,5
7	12,2	76,7	23,3	74,3	25,7	-2,5	2,5
8	13,9	77,9	22,1	75,4	24,6	-2,5	2,5
9	15,6	79,1	20,9	76,6	23,4	-2,5	2,5
10	17,4	80,3	19,7	77,8	22,2	-2,5	2,5

En la Tabla 6 se muestran dichos porcentajes y se observa que para la bicicleta de dos ruedas delanteras el porcentaje total de carga en el eje de trasero (F1) es un 2,4 % menor que para la bicicleta simple. Este mismo porcentaje es el que la carga F2 incrementa en el eje delantero.

Es decir, el sistema convencional presenta una diferencia de carga mayor entre ambos ejes que la bicicleta de dos ruedas delanteras, el usuario podrá comprobar que durante la ascensión el primer sistema será menos estable longitudinalmente que el segundo.

Por último, suponiendo que los rozamientos internos de las bicicletas son nulos y que el usuario es el mismo para ambos vehículos, se aplica de forma simplificada el equilibrio de fuerzas horizontales (paralelas al suelo) en la Figura 28 y la Figura 32 y se comparan entre sí.

$$\frac{\sum Fh \text{ bicicleta doble}}{\sum Fh \text{ en bicicleta simple}} = \frac{(Fb + Fc) \cdot \text{sen}(\alpha) + Fm \cdot \text{sen}(\alpha)}{(Fb + Fc) \cdot \text{sen}(\alpha)} = 1 + \frac{Fm}{(Fb + Fc)} \quad [8]$$

Para el caso de pendiente máxima del circuito estudiado en el punto 4.1.2 de 4,5 % (2,6 °) y manteniendo constante el peso de la bicicleta y peso del ciclista (11,7 [Kg] y 75 [kg] respectivamente) así como el peso del mecanismo (3[Kg]) se obtiene:

$$\frac{\sum Fh \text{ bicicleta doble}}{\sum Fh \text{ en bicicleta simple}} = 1 + \frac{3 \cdot g}{(11,7 \cdot g + 75 \cdot g)} = 1,03 \quad [9]$$

Esto implica que la diferencia de fuerza a vencer por el usuario en una pendiente de ángulo ( $\alpha$ ) es de tan solo un 3 % mayor en la bicicleta de dos ruedas delanteras.

De esta manera se puede afirmar que durante una ascensión, el esfuerzo del usuario en una bicicleta de tres ruedas es aproximadamente el mismo que en una bicicleta convencional pero con una mayor estabilidad longitudinal.

### DESCENSO DE PENDIENTE EN LA BICICLETA SIMPLE

Al igual que se ha realizado en el ascenso de rampa, a continuación se muestran los resultados para el caso contrario, es decir, que se encontrara la bicicleta descendiendo una rampa. En este caso el reparto de fuerzas variaría como se muestra en Figura 36.

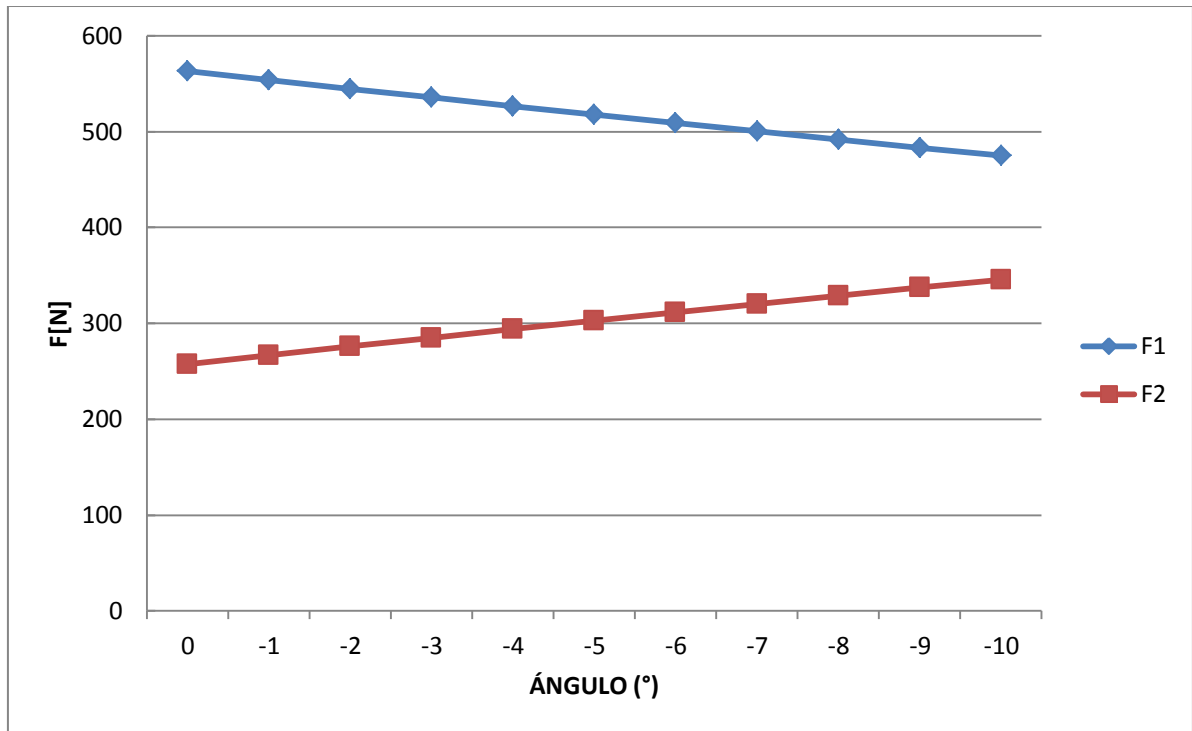


Figura 36. Gráfica de ángulo vs fuerza en una bicicleta convencional con  $\alpha < 0$

Como cabría esperar la gráfica plantea el caso contrario a la subida de rampa. La carga del eje trasero (F1) disminuye en función del ángulo ( $\alpha$ ) de la pendiente y se incrementa en el eje delantero de la misma forma. Es decir, la transferencia de carga se hace hacia el eje delantero (F2).

## DESCENSO DE PENDIENTE EN LA BICICLETA DE DOS RUEDAS DELANTERAS

De forma análoga, la transferencia de carga también se dirige a la rueda delantera en el caso de la bicicleta de dos ruedas delanteras.

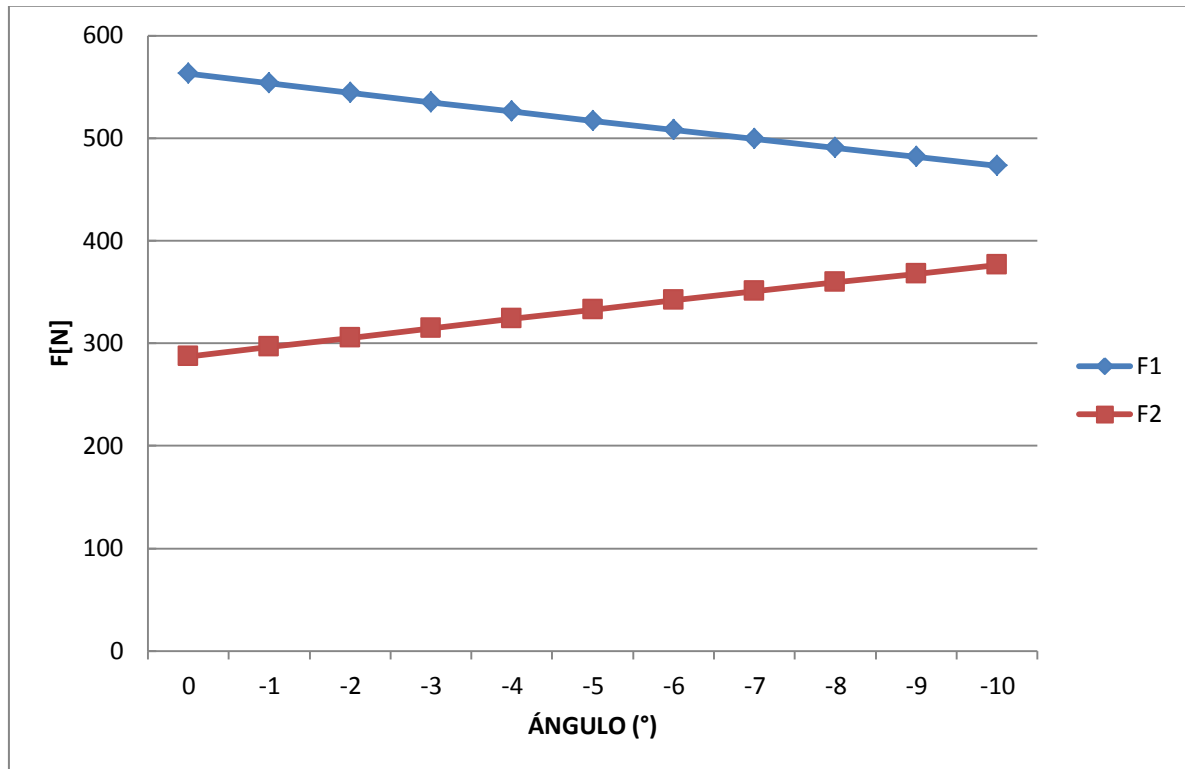


Figura 37. Figura 18. Gráfico de ángulo vs fuerza en una bicicleta de doble rueda delantera con  $\alpha < 0$

En la Figura 37 el mecanismo y la rueda extra ya han sido incluidas. Como en el caso de pendiente positiva, la reacción en la rueda delantera (F2) es mayor que en el caso de bicicleta simple.

Por analogía con el caso de la subida de rampa, se generan las mismas tablas pero para esta nueva situación de descenso de pendientes.

**Tabla 7. . Bajada de pendiente. Bicicleta simple Vs. Bicicleta de doble rueda delantera**

Angulo (°)	Pendiente (%)	BICICLETA SIMPLE			BICICLETA DOBLE		
		F1(N)	F2(N)	F(t)	F1(N)	F2(N)	F(t)
0	0,0	562,9	257,4	820,3	562,9	286,8	849,7
-1	-1,7	553,7	266,6	820,3	553,5	296,2	849,7
-2	-3,5	544,5	275,7	820,3	544,2	305,5	849,7
-3	-5,2	535,5	284,8	820,3	535,0	314,7	849,7
-4	-7,0	526,5	293,8	820,3	525,9	323,8	849,7
-5	-8,7	517,6	302,6	820,3	516,9	332,8	849,7
-6	-10,5	508,8	311,4	820,3	507,9	341,7	849,7
-7	-12,2	500,1	320,1	820,3	499,1	350,5	849,7
-8	-13,9	491,5	328,7	820,3	490,4	359,2	849,7
-9	-15,6	483,0	337,2	820,3	481,8	367,8	849,7
-10	-17,4	474,6	345,6	820,3	473,4	376,3	849,7

La Tabla 7 recoge la variación de las fuerzas F1 (eje trasero) y F2 (eje delantero) en función del ángulo  $\alpha$  de la pendiente. En este caso la rueda delantera queda por debajo de la rueda trasera y se evidencia el traspaso de carga hacia el eje delantero.

La diferencia de carga en este último eje (entre los dos modelos de bicicletas) tiene una media de  $30,1 \pm 0,43$  [N], mayor que la variación de carga que se observaba en ese mismo eje en el caso de subida de rampa.

Para el eje trasero la diferencia, como en el caso de subida, es de -1,3 [N] en la mayor pendiente estudiada (-10°), por eso se puede despreciar de igual forma frente al total de la fuerza F1 del eje trasero.

Las líneas de tendencia en bajada son similares al caso de subida pero tiene una ligera variación. En la Figura 38 , donde se comparan la variación de carga en el eje delantero en función del ángulo ( $\alpha$ ), la pendiente de ambas rectas es similar pero de menor valor que en caso de subida.

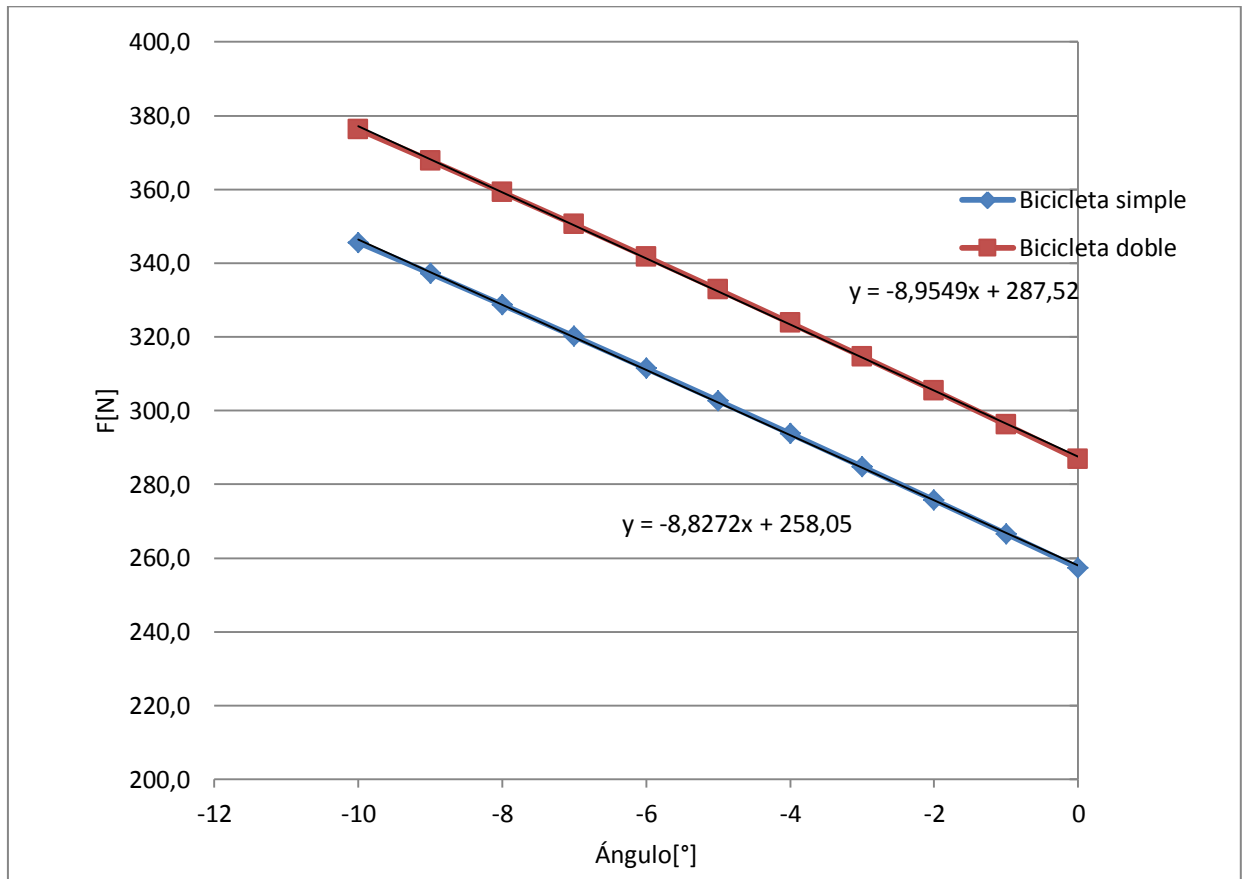


Figura 38. Carga F2 en bicicleta simple Vs. Carga F2 en bicicleta de dos ruedas delanteras  $\alpha < 0$

Es decir la transferencia de carga (hacia el eje delantero) para la bajada es ligeramente inferior con respecto a la transferencia de carga al eje trasero que se analizó en la subida (los valores de pendiente de la línea de tendencia son 8,8 de media en la bajada frente a 9,5 de media de subida respectivamente).

A continuación se plantea de nuevo las consecuencias de cara al usuario que las dos bicicletas plantearían.

**Tabla 8. Porcentajes de carga en bajada de rampas**

Angulo (°)	Pendiente (%)	BICICLETA SIMPLE		BICICLETA DOBLE		DIF_F1(%)	DIF_F2(%)
		F1 (%)	F2 (%)	F1(%)	F2(%)		
0	0,0	68,6	31,4	66,2	33,8	-2,4	2,4
-1	-1,7	67,5	32,5	65,1	34,9	-2,4	2,4
-2	-3,5	66,4	33,6	64,0	36,0	-2,3	2,3
-3	-5,2	65,3	34,7	63,0	37,0	-2,3	2,3
-4	-7,0	64,2	35,8	61,9	38,1	-2,3	2,3
-5	-8,7	63,1	36,9	60,8	39,2	-2,3	2,3
-6	-10,5	62,0	38,0	59,8	40,2	-2,2	2,2
-7	-12,2	61,0	39,0	58,7	41,3	-2,2	2,2
-8	-13,9	59,9	40,1	57,7	42,3	-2,2	2,2
-9	-15,6	58,9	41,1	56,7	43,3	-2,2	2,2
-10	-17,4	57,9	42,1	55,7	44,3	-2,2	2,2

La Tabla 8 recoge la variación en función del ángulo ( $\alpha$ ) de los porcentajes de distribución de carga con respecto al peso total en cada bicicleta para el caso de bajada de pendiente. En este caso, la distribución de carga con respecto al total vuelve a jugar a favor de la bicicleta de dos ruedas delanteras puesto que esta es más equilibrada entre los dos ejes que con respecto a la bicicleta convencional.

Tanto en el caso de subida como en el de bajada, la bicicleta de dos ruedas delanteras demuestra una mayor estabilidad longitudinal por el hecho de presentar el nuevo mecanismo articulado en el eje delantero que compensa la posición retrasada del cuerpo del ciclista.

Este aumento de carga en la rueda delantera se traduce en mayor agarre, puesto que con el mismo coeficiente de rozamiento la carga normal a la superficie es mayor. Por otro lado, la reducción de carga en el eje trasero podría causar pérdidas de tracción, sobre todo en aquellos casos donde el coeficiente de rozamiento disminuya notablemente (superficie con tierra o mojada, etc.).

Puesto que se trata de una bajada, la reducción de carga en el eje trasero no resulta crucial para el movimiento de la bicicleta, sin embargo, el control de la bicicleta durante el descenso mejora en mayor medida en la bicicleta de dos ruedas delanteras puesto que el peso se divide en un mayor porcentaje en el eje delantero. Posteriormente se calculará qué efectos tiene la transferencia de carga sobre la frenada en ambos sistemas.



## VARIACIÓN DEL PESO DEL USUARIO EN UNA PENDIENTE CONSTANTE EN BICICLETA SIMPLE

Una vez analizado como varía la distribución de pesos en función de la pendiente se quiere averiguar cómo varía a su vez la distribución de cargas en función del peso del usuario.

En este caso se ha fijado un ángulo positivo de 5 grados (la bicicleta sube una rampa), puesto que es la pendiente media que el usuario debería afrontar entre el kilómetro 2 y 3 del trazado planteado en el apartado 4.1.2. Por otra parte se supondrá el mismo peso de la bicicleta que el aportado por el fabricante. Para el peso del usuario se ha utilizado una serie consecutiva en intervalos de 2 kg que parte en 65 Kg y termina en 85 Kg (Figura 39) seleccionados en función de los datos del apartado 4.2 Usuarios[7], puesto que se encuentran dentro de la media con la desviación típica de la población estudiada.

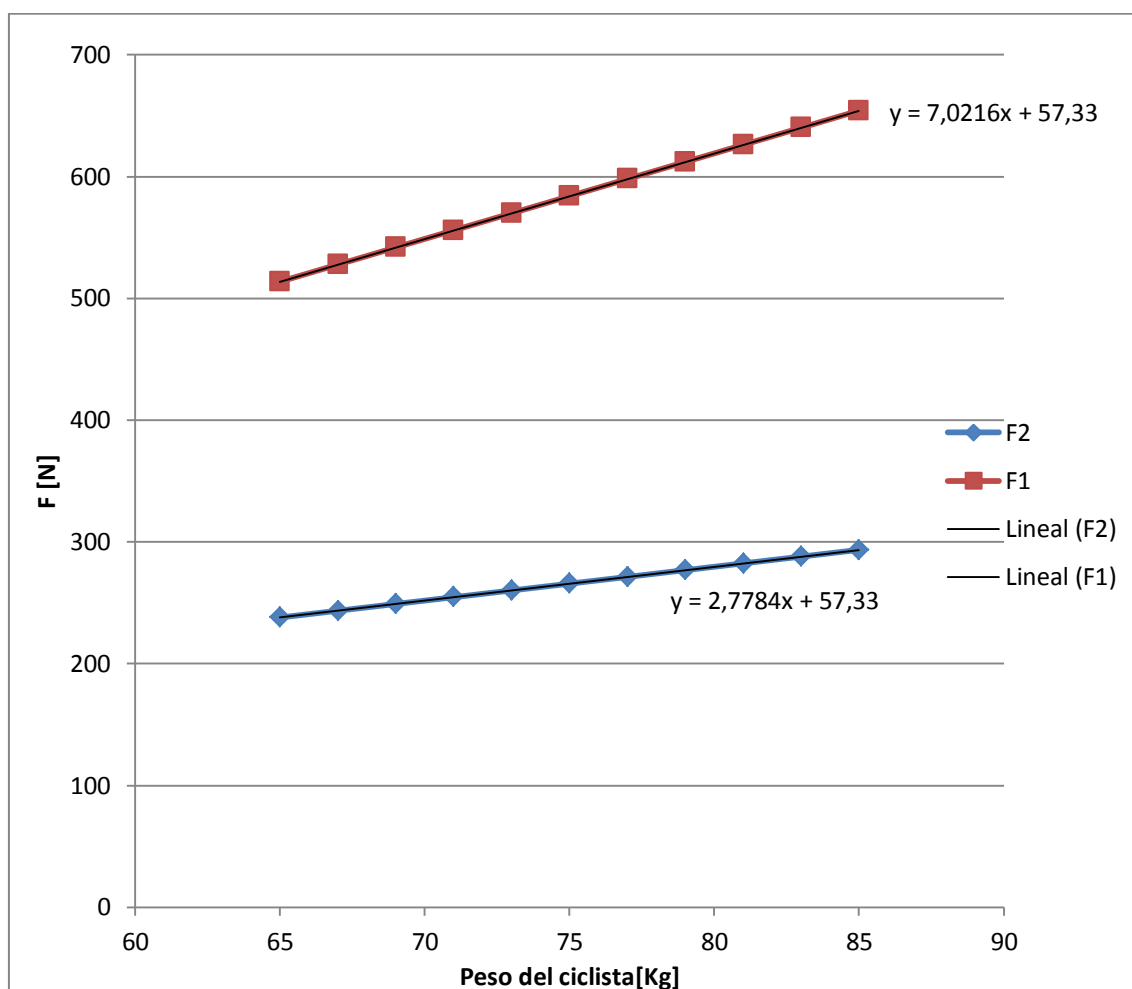


Figura 39. Variación de F1 [N] y F2 [N] con respecto al peso del ciclista con una pendiente constante (5%) en bicicleta convencional

## VARIACIÓN DEL PESO DEL USUARIO EN UNA PENDIENTE CONSTANTE EN BICICLETA DE DOBLE RUEDA DELANTERA

Con el fin de hallar los resultados del mismo procedimiento aplicados a una bicicleta de dos ruedas delanteras se genera la Figura 40.

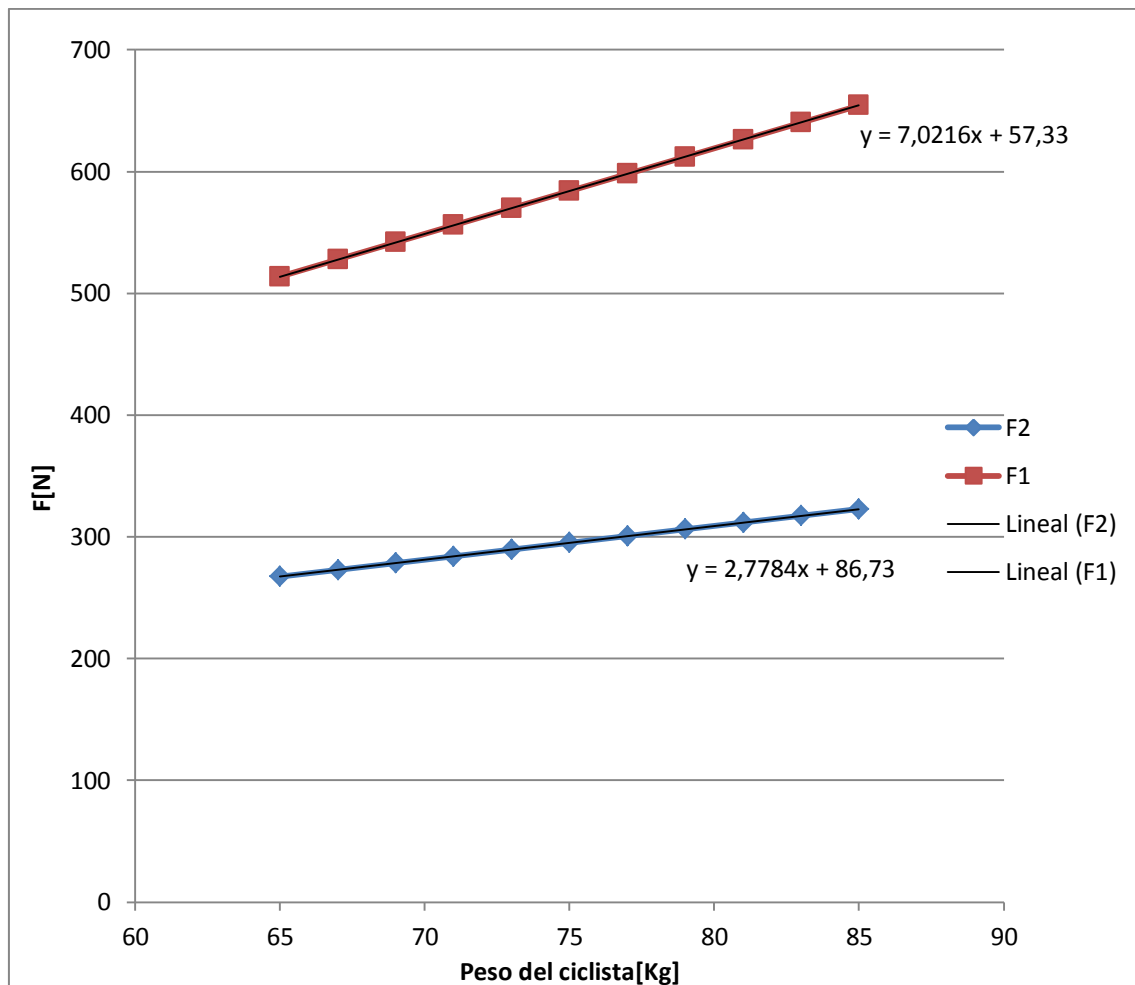


Figura 40. Variación de F1 y F2 con respecto al peso del ciclista con una pendiente constante en bicicleta de dos ruedas delanteras

En este caso, como cabría esperar, las líneas de tendencia de ambos sistemas son idénticas exceptuando el incremento de peso que supone el mecanismo articulado en la bicicleta de dos ruedas delanteras.

Con la misma filosofía de cálculo de apartados anteriores se genera la Tabla 9 que se corresponden con la evolución del reparto de cargas en función de la variación del peso del usuario para pendiente 5% (2,5 ° sobre la horizontal) y con el resto de pesos constantes.

**Tabla 9. Variación del peso del usuario en pendiente. Bicicleta simple Vs. Bicicleta de doble rueda delantera**

PESO	BICICLETA SIMPLE			BICICLETA DOBLE		
	F1(N)	F2(N)	Ft(N)	F1(N)	F2(N)	Ft(N)
65	534,9	216,8	751,7	535,3	245,7	781,1
67	549,5	221,7	771,3	550,0	250,7	800,7
69	564,2	226,6	790,9	564,7	255,6	820,3
71	578,9	231,5	810,5	579,4	260,5	839,9
73	593,6	236,4	830,1	594,1	265,4	859,5
75	608,3	241,3	849,7	608,8	270,3	879,1
77	623,0	246,3	869,3	623,5	275,2	898,7
79	637,7	251,2	888,9	638,2	280,1	918,3
81	652,4	256,1	908,5	652,8	285,0	937,9
83	667,1	261,0	928,1	667,5	289,9	957,5
85	681,8	265,9	947,7	682,2	294,8	977,1

Con los datos obtenidos se genera una nueva tabla para cuantificar los porcentajes de carga con respecto al total en cada bicicleta que recaen sobre los ejes de las mismas (Tabla 10).

Tabla 10. Porcentajes de carga en función del peso del usuario en pendiente

PESO	BICICLETA SIMPLE		BICICLETA DOBLE		DIF_F1(%)	DIF_F2(%)
	F1(%)	F2(%)	F1(%)	F2(%)		
65	71,2	28,8	68,5	31,5	-2,6	2,6
67	71,3	28,7	68,7	31,3	-2,6	2,6
69	71,3	28,7	68,8	31,2	-2,5	2,5
71	71,4	28,6	69,0	31,0	-2,4	2,4
73	71,5	28,5	69,1	30,9	-2,4	2,4
75	71,6	28,4	69,3	30,7	-2,3	2,3
77	71,7	28,3	69,4	30,6	-2,3	2,3
79	71,7	28,3	69,5	30,5	-2,2	2,2
81	71,8	28,2	69,6	30,4	-2,2	2,2
83	71,9	28,1	69,7	30,3	-2,2	2,2
85	71,9	28,1	69,8	30,2	-2,1	2,1

Se puede afirmar con estos datos que el reparto de pesos del conjunto ciclista más bicicleta se mantiene aproximadamente constante, como era previsible, a medida que dicho peso aumenta (las diferencias son mínimas en la distribución).

Este fenómeno se cumple tanto en la bicicleta de dos ruedas delanteras como en la bicicleta simple aunque la distribución de cargas es mínimamente más equilibrada en la bicicleta de dos ruedas delanteras por el hecho de presentar un peso extra en su horquilla delantera.

Por último, si esta variación de pesos se evalúa en pendiente nula ( $\alpha = 0$ ) el resultado es el siguiente.

**Tabla 11. Porcentajes de carga en función del peso del usuario en pendiente nula**

PESO	BICICLETA SIMPLE		BICICLETA DOBLE		DIF_F1(%)	DIF_F2(%)
	F1(%)	F2(%)	F1(%)	F2(%)		
65	68,3	31,7	65,8	34,2	-2,6	2,6
67	68,4	31,6	65,9	34,1	-2,5	2,5
69	68,5	31,5	66,1	33,9	-2,5	2,5
71	68,6	31,4	66,2	33,8	-2,4	2,4
73	68,7	31,3	66,3	33,7	-2,3	2,3
75	68,7	31,3	66,4	33,6	-2,3	2,3
77	68,8	31,2	66,5	33,5	-2,3	2,3
79	68,9	31,1	66,7	33,3	-2,2	2,2
81	68,9	31,1	66,8	33,2	-2,2	2,2
83	69,0	31,0	66,9	33,1	-2,1	2,1
85	69,0	31,0	67,0	33,0	-2,1	2,1

Para pendiente nula (Tabla 11) las conclusiones son idénticas en el caso anterior. Se mantiene aproximadamente constante el reparto de pesos con respecto al peso total del conjunto usuario-bicicleta.

En el caso del sistema de dos ruedas delanteras el peso de la horquilla delantera es un 3 % mayor que en el caso de la bicicleta simple, justo el dato que se corresponde aproximadamente con el porcentaje extra de la horquilla delantera en la bicicleta de dos ruedas delanteras.

Con todo lo calculado en este apartado se puede afirmar que el peso del usuario no es motivo suficiente para decantarse por un modelo u otro de bicicleta urbana. En cambio, el hecho de tener el nuevo modelo una distribución de carga más equilibrada si puede ser un motivo de elección por tener mayor estabilidad longitudinal.

## 4.4 GIROS

Como en cualquier otro vehículo es necesario controlar los cambios de dirección de una bicicleta de la forma más estable posible puesto que de ello depende la seguridad en marcha del usuario. En los siguientes apartados se evaluará que consecuencias conlleva el uso de una bicicleta convencional o una bicicleta de dos ruedas delanteras cuando se toma una determinada curva. Para ello se utilizarán los datos sobre los giros evaluados en el apartado 4.1.2.

En primer lugar se especificará, en un estudio previo, que fenómeno físico tiene lugar durante el giro en ambos tipos de sistemas para posteriormente establecer una comparación simplificada sobre el tipo y la amplitud de movimiento que el usuario debería realizar en cada caso.

### 4.4.1 ESTUDIO PREVIO

Si se observa detenidamente el comportamiento de una bicicleta convencional a lo largo de un recorrido cualquiera se observarán dos grupos de virajes principales, los que se hacen inclinando la bicicleta cuando esta tiene cierta velocidad y los que se hacen manteniendo la bicicleta erguida y moviendo el manillar en la dirección deseada.

Para comprender el primer tipo de viraje se debe conocer el concepto de momento angular.

#### MOMENTO ANGULAR

Cuando se estudia el comportamiento de una rueda parada, es fácil comprobar que una vez situada en posición vertical comenzará a caer en cualquier dirección lateral. Como se aprecia en la Figura 41, en el instante inicial, el peso y la reacción normal con el suelo se encuentran en dirección vertical y en el mismo plano y el par de fuerzas total sobre el punto de contacto con el suelo es nulo.

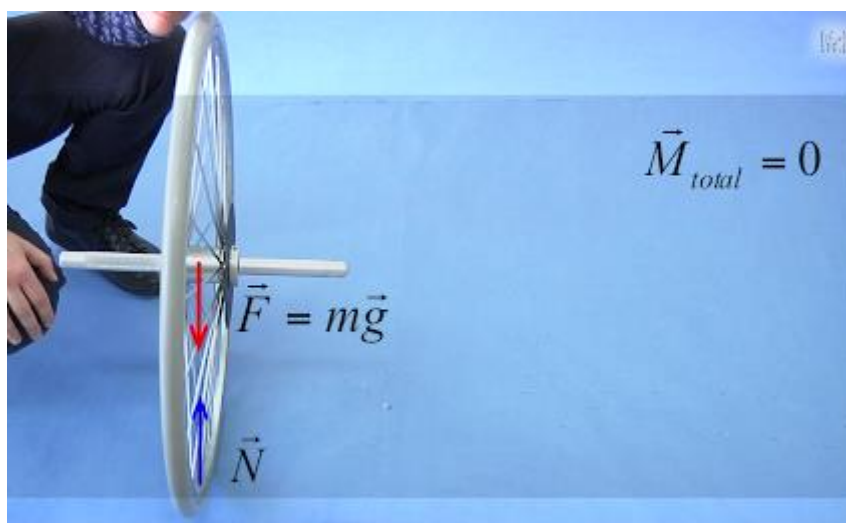


Figura 41. Esquema de fuerzas de una rueda

Pero una mínima inestabilidad provocará, tal y como se muestra en la Figura 42, que dichas fuerzas se sitúen en planos diferentes causando a su vez la aparición de un par de fuerzas sobre el mismo punto que volcará la rueda.

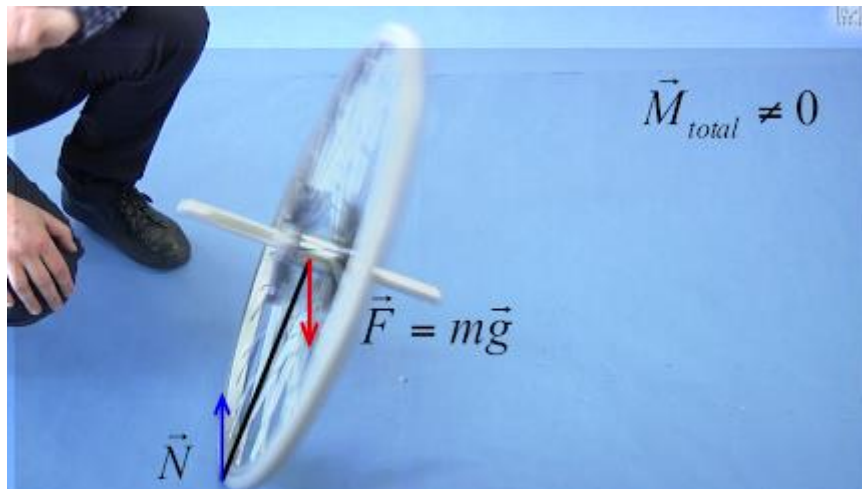


Figura 42. Par de fuerzas en una rueda

En un caso real, la rueda no permanece estática sino que gira con una velocidad angular  $\omega$  dada. Es en este momento donde se debe tener en cuenta el momento angular  $L$ .

El momento angular ( $L$ ) aparece siempre en la rueda cuando esta gira entorno a su eje central y suele ser colineal con la velocidad angular (Figura 43).

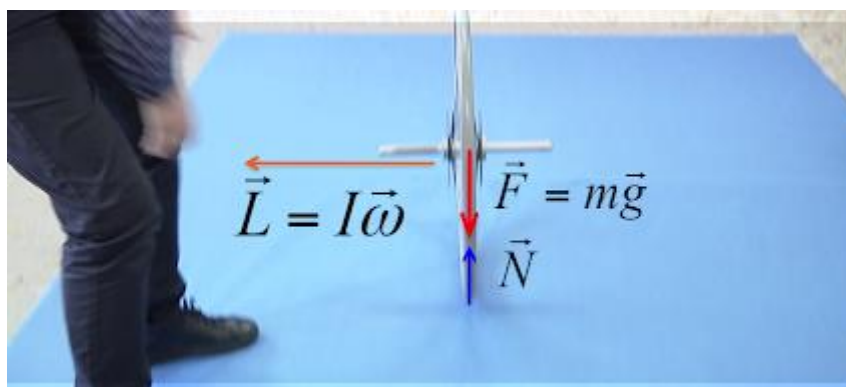


Figura 43. Momento angular



Cuando aparece una desviación entre ambos vectores, el momento angular genera un par de fuerzas contrario a la desviación. De esta forma se contrarresta de forma natural dicha desviación y la rueda se recoloca en la posición en la que giraba inicialmente.

Se logra así que cuando una rueda se inclina no se caiga y tienda siempre a volver a su posición inicial. Cuanto mayor sea el momento angular, mayor será la dificultad de variar la dirección del eje de la rueda [13].

### EXPRESIÓN DEL MOMENTO ANGULAR

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

Donde  $\vec{p}$  es el momento lineal:  $\vec{p} = m \cdot \vec{v}$

$$\vec{L} = \vec{r} \times m \cdot \vec{v} \quad [10]$$

La ecuación [ 10 ] muestra que el momento angular es directamente proporcional a la velocidad lineal de un punto en rotación ( $\vec{v}$ ), su distancia con respecto al eje de la bicicleta ( $\vec{r}$ ) y la masa del mismo (m). Por tanto, en una rueda, donde la masa y el radio permanecen constantes, la velocidad es la única variable capaz de incrementar el momento angular. Es decir, a mayor velocidad mayor momento angular y viceversa.

#### 4.4.2 GIRO EN UNA BICICLETA CONVENCIONAL

Una bicicleta convencional gira gracias a la combinación de dos movimientos: el giro del manillar y la inclinación del conjunto usuario-bicicleta.

Estos dos movimientos pueden aparecer juntos o de forma separada en función de la velocidad a la que se circule. El giro del manillar es utilizado a velocidades bajas puesto que las reacciones al giro no llegan a desplazar la resultante de fuerzas del centro de gravedad del conjunto fuera de la zona estable de la bicicleta, es decir, la fuerza centrípeta que sufre el ciclista no puede provocar el vuelco de la bicicleta.

A velocidades altas ocurre el efecto contrario, un leve giro en el manillar implicaría que la resultante de fuerzas del giro sea demasiado grande como para poder tomar la curva sin volcar. Se hace necesario entonces inclinar la bicicleta consiguiendo que la resultante de las fuerzas recaiga sobre la zona estable de la bicicleta, tal y como se aprecia en la Figura 44.

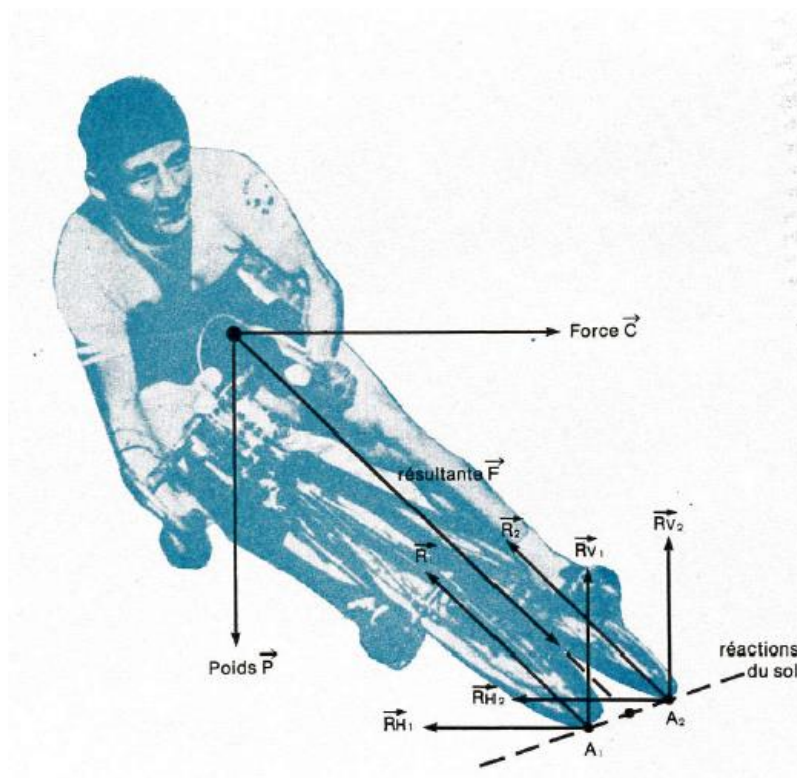


Figura 44. Esquema de fuerzas durante el giro

Tomando como base los estudios realizados por Jean-Pierre Vieren [14], las reacciones del suelo (réactions du sol) son consecuencia de la resultante (resultante  $\vec{F}$ ). Dicha resultante es la combinación de la fuerza del peso (poids  $\vec{P}$ ) junto con la fuerza centrípeta del giro (forcé  $\vec{C}$ ) que recae en la proyección de la bicicleta sobre el suelo.

#### 4.4.3 GIRO EN UNA BICICLETA DE DOS RUEDAS DELANTERAS

Las bicicletas de dos ruedas delanteras estudiadas en este proyecto presentan, como ya se ha comentado en el apartado 4.3.3, un mecanismo articulado que permite el giro de la bicicleta.

Este mecanismo es similar a un cuadrilátero articulado que permite la inclinación del bloque ruedas-horquilla y el giro de las ruedas de forma simultánea. De esta forma, con la combinación de ambos movimientos, se consigue mantener las tres ruedas del sistema en contacto permanente con el suelo.



Figura 45. Balanceo de una bicicleta de dos ruedas delanteras

En la Figura 45 se puede observar que gracias al mecanismo delantero si se procede a inclinar la bicicleta hacia uno de los lados ambos ejes lo harán de la misma manera (mismo ángulo  $\alpha$ ). Si además se permite el giro de las ruedas delanteras la capacidad de dirigir la bicicleta es mayor.

La conducción de la bicicleta varía notablemente con respecto a una bicicleta simple puesto que los tres apoyos permiten inclinar la bicicleta sin necesidad de iniciar la marcha, lo que aporta que el ciclista pueda combinar la inclinación y el giro en un abanico mayor de posibilidades.

En los apartados siguientes se procederá a analizar qué consecuencias presenta el uso de cada tipo de bicicleta durante algunos de los giros estudiados previamente en el punto 4.1.2.

Para poder simplificar los análisis se supondrá que ninguna de las dos bicicletas circula a velocidades donde se hace necesario inclinar la bicicleta. Es decir, solo se producirán los giros por efecto directo de los movimientos del manillar siendo la inclinación de las ruedas nula durante todo el viraje, siendo esto mismo empleado en algunos modelos de bicicletas de dos ruedas delanteras, como los de la Figura 46.



Figura 46. Bicicleta seleccionada para el estudio del giro

#### 4.4.4 ANGULOS DE GIRO

El objetivo de este apartado es comparar el movimiento que se debe realizar en ambos tipos de bicicletas si se tomara la misma curva. Para ello se vuelve a emplear la herramienta CATIA V5, retomando los modelos esquemáticos de las bicicletas realizados en los apartados 4.3.2 y 4.3.3.

En este estudio se generarán vistas cenitales de los sistemas para poder evaluar, sobre una curva con un radio determinado, las consecuencias de utilizar un tipo de bicicleta u otro.

Antes de comenzar con el estudio de cada tipo de bicicleta cabe destacar que debido a las simplificaciones geométricas de los apartados 4.3.1 y 4.3.3 se ha elegido dos modelos de bicicleta con las mismas dimensiones lo que permitiría lograr una comparación más realista entre los dos sistemas. De esta forma, y puesto que se ha supuesto nula la inclinación de las bicicletas, los ángulos de giro de las ruedas necesarios para tomar una curva dada son idénticos para ambos modelos.

De igual forma, el giro del manillar que tendría que ejercer el usuario también es idéntico en ambos casos.

Por otra parte, en un determinado giro, el espacio ocupado por ambos sistemas a la hora de tomar la curva, varía entre los distintos modelos. Puesto que en los entornos urbanos el espacio para la circulación siempre ha sido limitado se evaluará si alguna de las dos bicicletas presentaría algún tipo de limitación al respecto.

En los siguientes apartados se cuantificarán estas limitaciones y la diferencia entre ambos modelos de bicicletas.

### (a) GIRO EN BICICLETA CONVENCIONAL

La Figura 47 representa la esquematización del giro de la rueda delantera de la bicicleta simple, en un giro a derechas realizado únicamente con el manillar (sin inclinación).

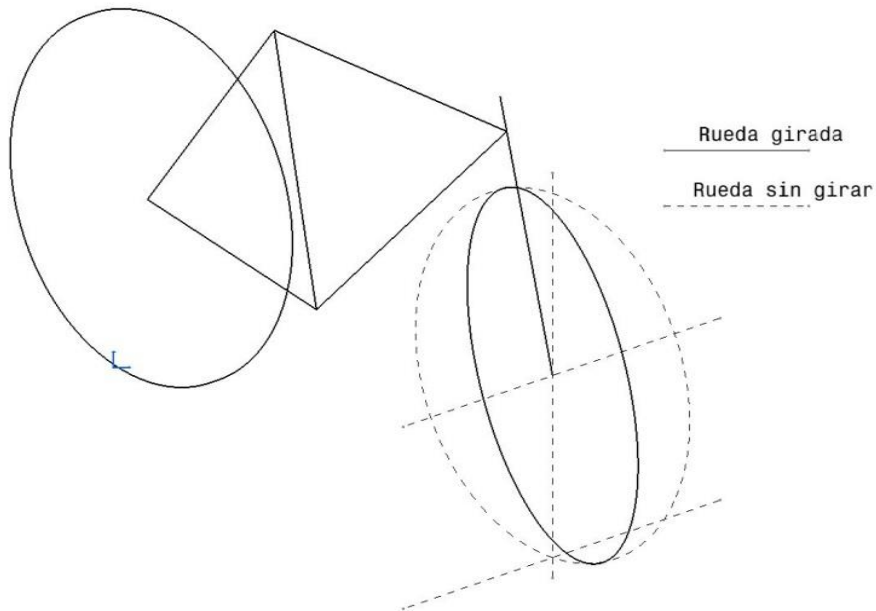


Figura 47. Giro en bicicleta convencional

En este caso el ancho total de la bicicleta se incrementa. En la Figura 48 se muestra de forma esquemática la vista cenital de la bicicleta durante el giro.

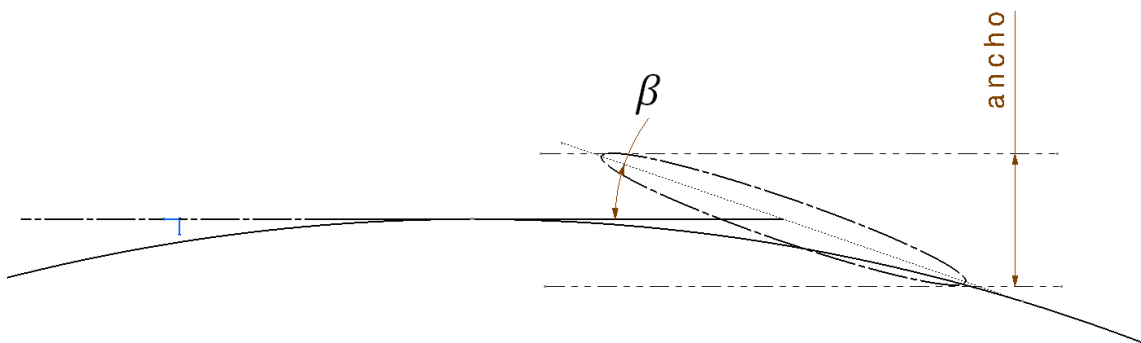


Figura 48. Ancho frontal durante el giro en bicicleta simple

Con este esquema se puede cuantificar de manera sencilla el valor del ancho en función del ángulo girado.

$$\text{ancho} = \text{diametro de rueda} * \text{sen} (\beta)$$

[ 11 ]

### (b) GIRO EN BICICLETA DE DOS RUEDAS DELANTERAS

De la misma forma que con la bicicleta simple, la bicicleta de dos ruedas delanteras también variará el tamaño de la dimensión frontal en función de la curva que tome. Para ello, al igual que en el caso simple, se ha generado el esquema correspondiente (Figura 49).

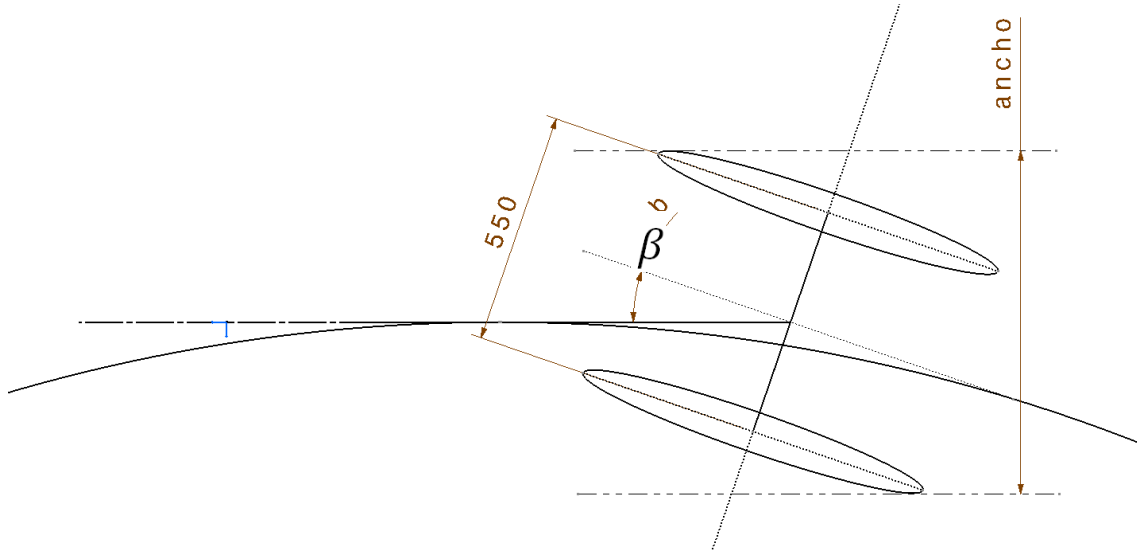


Figura 49. Ancho frontal durante el giro en bicicleta de doble rueda delantera

En este caso el ancho frontal en función del giro se plantea como:

$$ancho = \phi_{rueda} * \sen(\beta) + 550 * \cos(\beta) \quad [12]$$

Como era evidente en las expresiones [ 11 ] y [ 12 ] se puede observar que la diferencia principal se debe a la separación entre ambas ruedas delanteras.

El radio de giro de las curvas evaluadas en el trazado elegido en el apartado 4.1.2 varía desde los 4 metros de los virajes más cerrados hasta los 35 metros de las curvas más abiertas.

Para los dos casos especificados y utilizando las ecuaciones [ 11 ] y [ 12 ]:

Tabla 12. Ancho frontal

	ANCHO BICICLETA SIMPLE (mm)	ANCHO BICICLETA DOBLE (mm)
R= 4	60,32	608,25
R= 35	6,91	556,89

Donde  $\beta = \arctg\left(\frac{\phi_{rueda}/2}{R}\right)$

Con los datos de la tabla superior se hace evidente que (despreciando el ancho de la cubierta) que la bicicleta de dos ruedas delanteras presenta más de medio metro de distancia frontal en todos los casos, tanto en virajes cerrados como abiertos. Esto podría suponer alguna dificultad en zonas estrechas del recorrido.

## 4.5 ESFUERZOS A APLICAR SOBRE LA DIRECCIÓN PARA TOMAR UNA CURVA

En este apartado se estudiará que reacciones sufre el usuario de las bicicletas durante la marcha cuando desea cambiar de dirección. Las dos ruedas delanteras del modelo estudiado podrían provocar un incremento de la fuerza de rozamiento lateral y, como consecuencia, un mayor esfuerzo del usuario sobre el manillar en comparación con una rueda simple. El objetivo de este punto es evaluar si existe realmente este incremento y cuantificar el mismo.

Para poder establecer las diferencias lo más aproximadamente posible de la realidad, se comparará el esfuerzo entre ambos vehículos comparando a su vez el momento de fuerzas que se genera en la base del manillar de cada bicicleta. El motivo de comparar únicamente el momento y no la fuerza se basa en que el usuario no siempre sostiene el manillar en el mismo punto y por tanto la fuerza que puede experimentar podría variar en función de la posición.

### 4.5.1 FUERZAS SOBRE LA DIRECCIÓN EN BICICLETA SIMPLE

La Figura 50 presenta el diagrama de fuerzas presentes en el tramo desde la rueda delantera hasta el manillar para el caso de la bicicleta de dos ruedas en tándem.

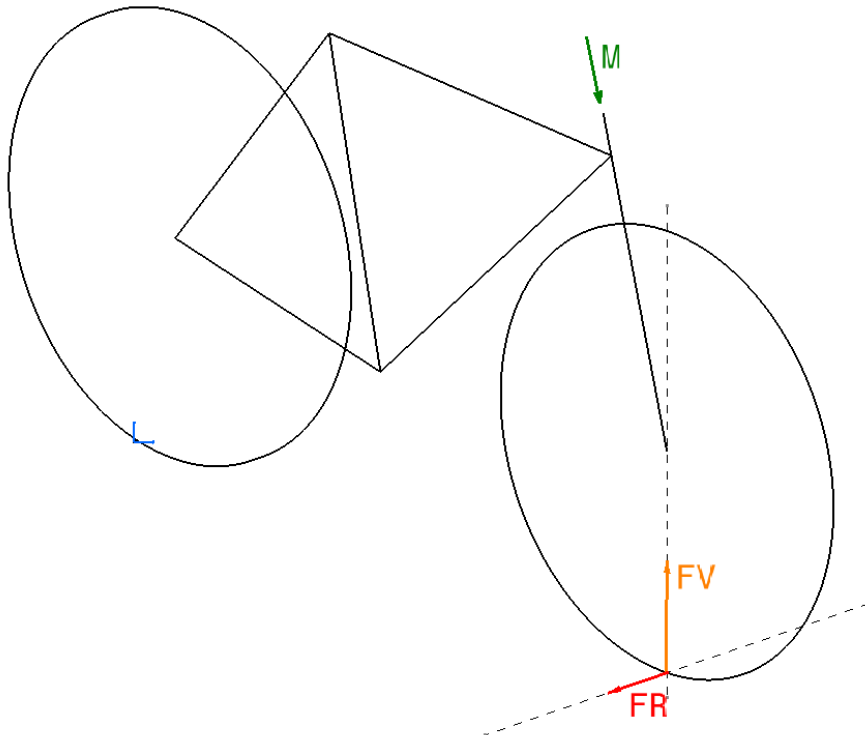


Figura 50. Diagrama de fuerzas rueda-manillar en bicicleta simple



Generando la vista del alzado del modelo se obtiene la Figura 51 . En ella se muestra la descomposición de la fuerza vertical y en el punto de contacto con el suelo, representada en color rojo, la fuerza de rozamiento en dirección perpendicular al plano de la vista.

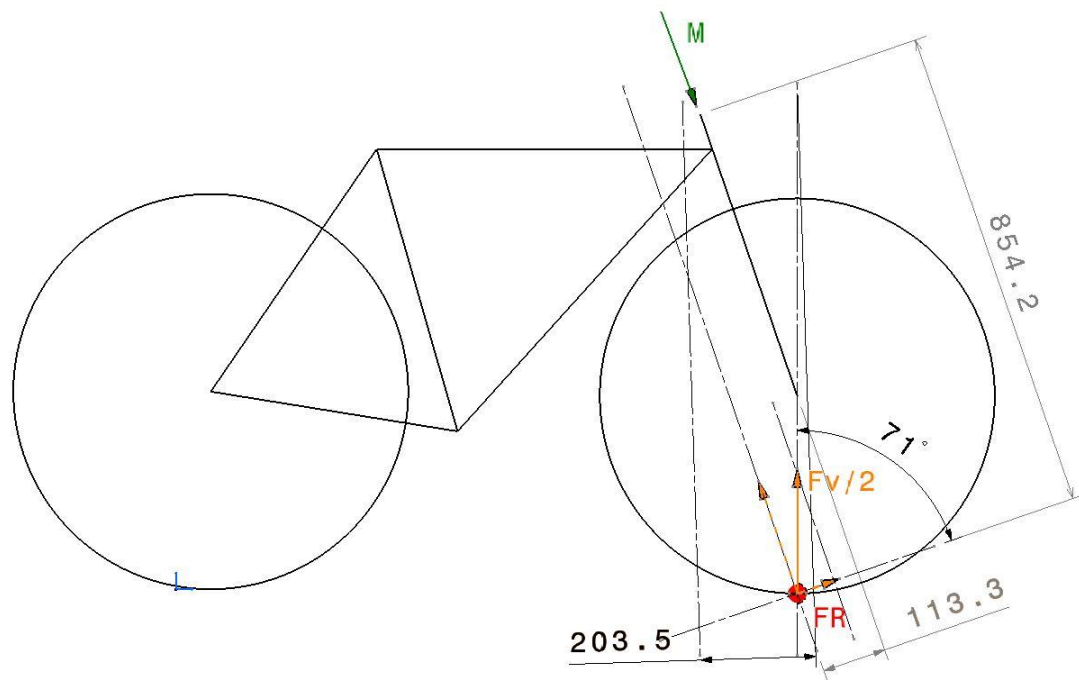


Figura 51. Alzado de diagrama de fuerzas rueda-manillar en bicicleta simple

Para los cálculos del momento generado por las fuerzas indicadas cabe destacar que la fuerza de rozamiento (FR) deriva de la fuerza vertical y del coeficiente de rozamiento entre la calzada y la cubierta de la rueda ( $\mu$ ) que se supondrá constante en todo el proceso.

$$FR = \mu \cdot Fv \quad [13]$$

Tal y como se indica en los apartados 4.3.2 y 4.3.4 la fuerza vertical que se genera en la rueda delantera depende de valores como la pendiente del terreno, el peso del ciclista, etc. Más adelante se valorarán los resultados de los análisis con los datos resultantes que se generaron de dichos apartados.

Todas las medidas han sido tomadas del modelo generado en CATIA V5.

Para los cálculos del momento resultante en la base del manillar se analizarán solo las componente de las fuerzas que generen momento en el plano del mismo. Las demás componente se despreciarán puesto que el manillar siempre se encuentra anclado al cuadro evitando movimientos en el eje vertical. Por otra parte, tal y como se comentó en el apartado 4.4.2, se supondrá que la velocidad es lo suficientemente baja como para despreciar el efecto del momento angular.

Por ello, tomando momentos desde la base del manillar:

$$\sum M = 0$$

$$M + FR \cdot 113,3 = 0$$

$$M = -FR \cdot 113,3$$

Como se plantea M como el esfuerzo que el usuario debería vencer al girar el manillar de la bicicleta se utilizará el valor absoluto de la expresión anterior.

$$M = |FR \cdot 113,3|[N \cdot mm]$$

Como  $FR = \mu \cdot Fv$  la expresión final resulta:

$$M = |\mu \cdot Fv \cdot 113,3|[N \cdot mm] \quad [14]$$

Como muestra la expresión [ 13 ], el momento de fuerzas que un usuario debe aplicar únicamente depende del terreno sobre el que circule y la fuerza vertical que aplique sobre el tren delantero, que se corresponde con la F2 de los apartados anteriores.

En una primera aproximación el peso del ciclista y el ángulo de la pendiente tienen una relación directamente proporcional al momento de fuerzas del eje de la base del manillar.

#### 4.5.2 FUERZAS SOBRE LA DIRECCIÓN DE DOS RUEDAS DELANTERAS

Con la misma filosofía la Figura 52 muestra el mismo diagrama de fuerzas aplicado en esta ocasión para una bicicleta de dos ruedas delanteras.

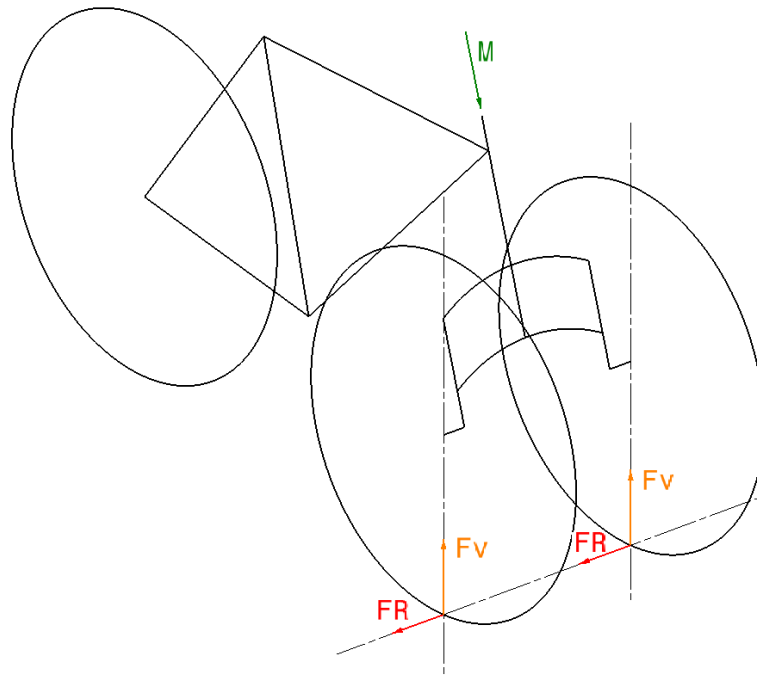


Figura 52. Diagrama de fuerzas rueda-manillar en bicicleta de dos ruedas delantera

En este caso se deberá tomar en cuenta la componente perpendicular a la dirección del momento de la fuerza vertical puesto que genera momento en el mismo plano del manillar, esto se debe a que las dos ruedas se encuentran a una cierta distancia del eje del manillar (Figura 53 ).

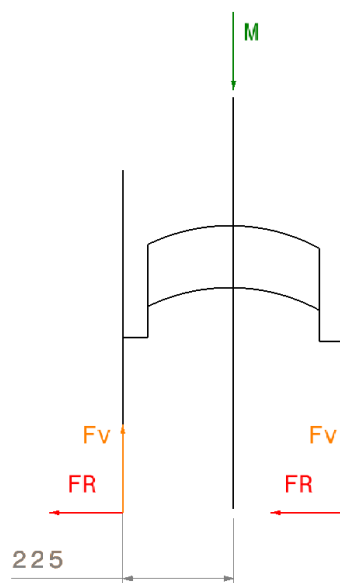


Figura 53. Vista frontal del diagrama de fuerzas manillar-rueda

De la misma forma que en la bicicleta simple, se genera la vista del alzado de la bicicleta obteniendo la Figura 54.

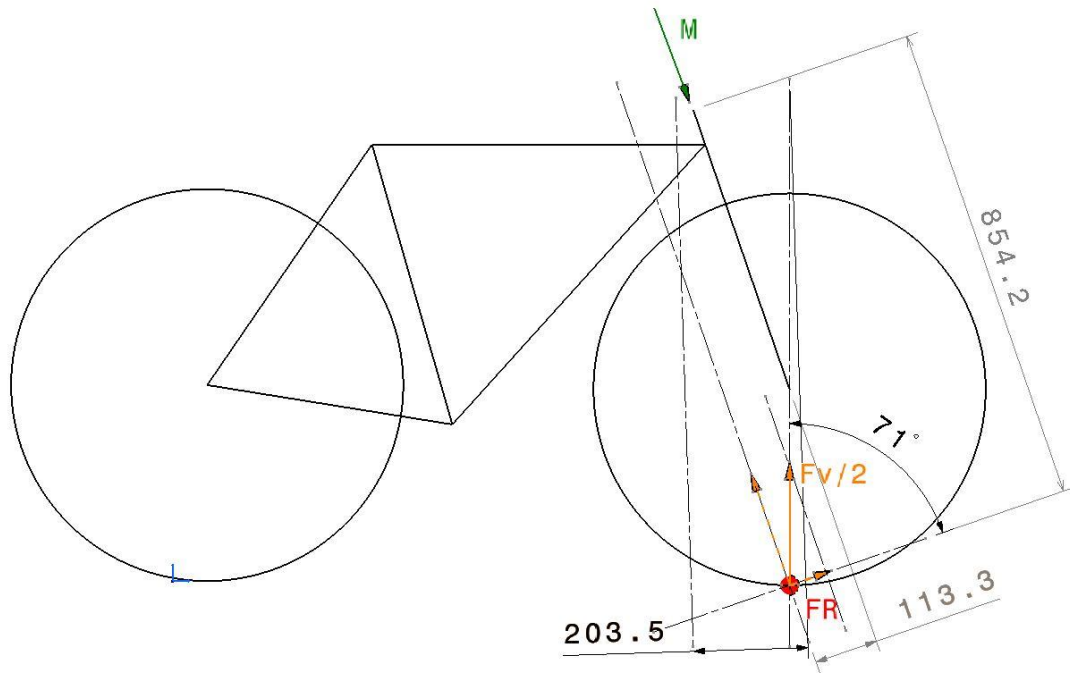


Figura 54. Alzado de diagrama de fuerzas rueda-manillar en bicicleta de dos ruedas delanteras

Por ello, tomando momentos en el mismo punto que en cálculo para la bicicleta simple:

$$\sum M = 0$$

$$M + 2 \cdot FR \cdot 113,3 - Fv/2 \cdot 225 + Fv/2 \cdot 225 = 0$$

La primera consecuencia se observa tras tomar plantear las ecuaciones es comprobar que las aportaciones por las componentes de las  $Fv$  se contrarrestan entre ambas ruedas, siendo nula su aportación final.

$$M = -2 \cdot FR \cdot 113,3$$

$$M = |2 \cdot FR \cdot 113,3| [N \cdot mm]$$

Como  $FR = \mu \cdot Fv$  la expresión resulta:

$$\begin{aligned} M &= 2 \cdot |\mu \cdot Fv/2 \cdot 113,3| [N \cdot mm] \\ &= 113,3 |\mu \cdot Fv| [N \cdot mm] \end{aligned}$$

[ 15 ]

#### 4.5.3 DIFERENCIAS DE ESFUERZOS A APLICAR ENTRE LAS DOS BICICLETAS ANALIZADAS

En base a la suposiciones geométricas de los apartados del punto 4.3.1, los cálculos realizados tienen como solución las ecuaciones [ 14 ] y [ 15 ] que son idénticas entre sí. Esto se debe principalmente a las simplificaciones que se han realizado del modelo de dos ruedas delanteras.

Por tanto en primer lugar la diferencia en el momento generado en cada una de las bicicletas dependerá única y exclusivamente del peso total que recaiga sobre el eje delantero del sistema.

Por otra parte, en ambos tipos de bicicletas, la variación del tamaño del diámetro de la rueda o la mayor o menor inclinación de la horquilla delantera con respecto a la vertical modifica directamente la distancia que aplica al momento de fuerzas estudiado. A mayor diámetro de rueda mayor brazo de palanca y mayor esfuerzo para el usuario.

Este es uno de los motivos por el cual los modelos actuales de dos ruedas delanteras y en general, de las bicicletas urbanas, presentan un tamaño de rueda inferior al utilizado en el ciclismo deportivo. En la Figura 55 se muestra un ejemplo de la diferencia de tamaño entre las ruedas de la bicicleta de dos ruedas delanteras.



Figura 55. Diferencia de tamaño de ruedas en bicicleta de dos ruedas delanteras

## 4.6 FRENADA

El sistema de seguridad más importante en una bicicleta es el que permite detener de forma eficaz a la misma. Los frenos ya comenzaron a integrarse en las bicicletas en 1861 con la *Laufmaschine* (ver introducción), y desde entonces no se concibe la fabricación de bicicletas sin ellos.

Existen en la actualidad dos sistemas de frenado, los frenos de zapata y los frenos de disco. Ambos sistemas cumplen la misma función, transformar la energía cinética del conjunto usuario-bicicleta en calor mediante la fricción de sus distintas partes, logrando detener el vehículo.

En este apartado se hará una sencilla introducción a los dos sistemas de frenos más utilizados en la actualidad en las bicicletas, mostrando sus distintas partes, funcionamientos y algunas de sus características más esenciales.

En segundo lugar se procederá a explicar la elección del freno que se estudiará en mayor profundidad y que servirá de base para comparar los dos tipos de bicicletas suponiendo que ambas montan el mismo tipo de sistema de frenado.

Por último se evaluarán los resultados de los cálculos anteriores y se expondrán las conclusiones de los mismos.

## FRENOS DE ZAPATA

Este sistema de frenado se compone principalmente de dos elementos. Un sistema de sujeción y accionamiento de pinza y las zapatas propiamente dichas, mostrándose en la Figura 56 los elementos esenciales del sistema.

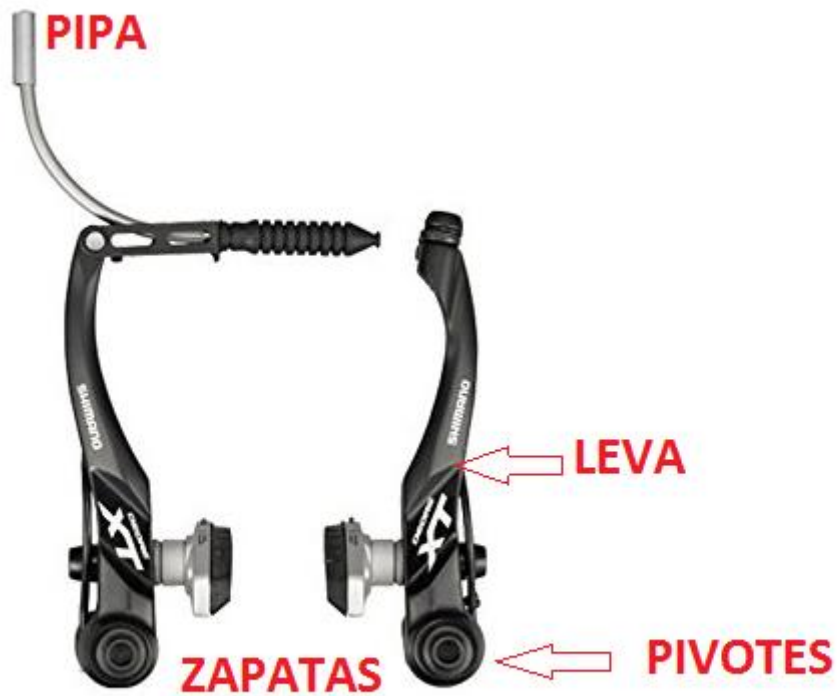


Figura 56. Freno de zapata

De modo descriptivo, a continuación se definirán algunas de sus partes implicadas.

- Levas: se unen a la bicicleta en la parte superior del paso de rueda mediante los pivotes, su función es sostener las zapatas en su posición correcta y ejercer la presión necesaria para el frenado sobre las mismas. Su accionamiento se lleva a cabo mediante un cable, generalmente de acero, que une las puntas de las levas a través de la pipa y que se acciona con las manetas del manillar.
- Zapatas: entran en contacto con la llanta de la rueda generando la fricción necesaria para disminuir la energía cinética de las ruedas y, por tanto, de la bicicleta.

Este sistema ha sido el más utilizado hasta la fecha por su simplicidad de construcción, su fiabilidad, mantenimiento y su precio (mucho menor que para los frenos de disco). Su alta fiabilidad es una consecuencia directa de la simpleza del sistema, no existen mecanismos complejos ni grandes ajustes que realizar. Si alguno de los elementos se deteriora su sustitución es rápida, sencilla y barata. Su diseño puede variar en la forma según el tipo de bicicleta donde se vayan a instalar pero su funcionamiento es idéntico en todos los casos.

El mantenimiento principal consiste en revisar la fijación del cable y el estado de las zapatas. El deterioro de estas últimas es fácilmente detectable puesto que su visibilidad es total por parte del usuario y varía en función del uso de la bicicleta: las frenadas bruscas y su contacto con barro y/o agua durante su uso propician su deterioro. En cualquier caso, la sustitución de las zapatas es inmediata y sencilla.

### **RENOS DE DISCO**

Los frenos de disco siguen la misma filosofía de montaje que los frenos de zapata. También presenta dos superficies de contacto que tras su accionamiento transforman la energía cinética en calor. Su diferencia más notable es la instalación en paralelo con la rueda y solidario a ella de un disco de freno metálico, que será el lugar donde se ejerza la fuerza de frenado (Figura 57).



Figura 57. Freno de disco



Los frenos de disco sustituyen las zapatas por pastillas de menor tamaño. En vez de ser accionadas mediante las levas, son accionados por pistones esclavos que ejercen la fuerza necesaria para el frenado (Figura 58).

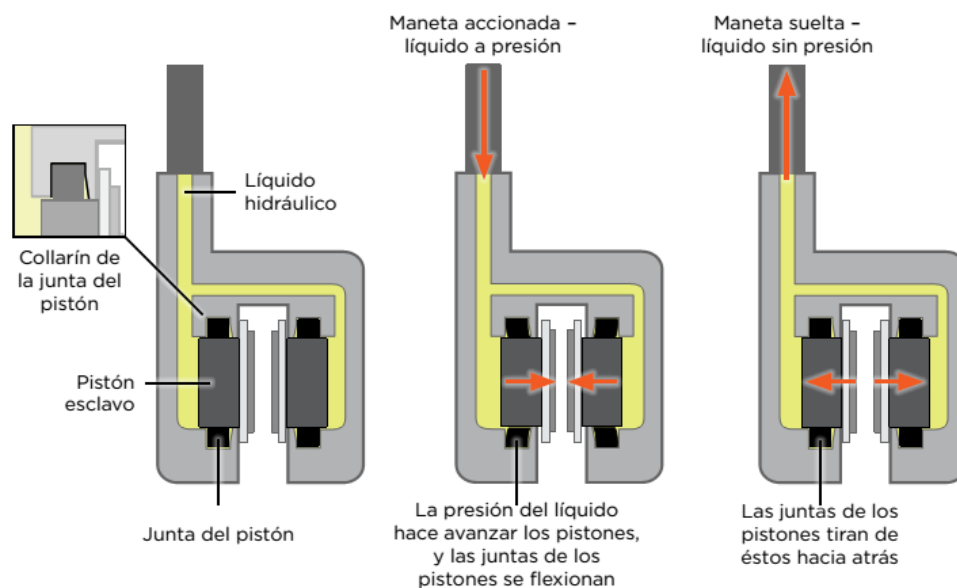


Figura 58. Esquema de freno de disco

Existen dos tipos de sistema de frenado con disco, los accionados mediante un cable y los accionados mediante un fluido a presión o hidráulicos. Los primeros siguen la misma filosofía que los frenos de zapatas mientras que los hidráulicos presentan un tubo con fluido a presión en su interior que se acciona mediante con la maneta del manillar [15].

Dentro del conjunto de la maneta un bombín proporciona la presión al fluido que cuando llega a las pastillas a través del tubo logran la fuerza de frenada que se desea (Figura 59) .



Figura 59. Circuito hidráulico de los frenos de disco

#### 4.6.1 ANÁLISIS DE FRENADA

A lo largo del presente punto se va a realizar el análisis de la frenada para los dos sistemas presentados (bicicleta simple y bicicleta con dos ruedas delanteras).

En cuanto a sistemas de frenada, los tradicionales de zapata se sustituyen por los actuales frenos de disco de forma cada vez más frecuente, quedando los primeros relevados a una segunda posición. En relación al sistema instalado en cada una de las bicicletas a estudiar, para ambos modelos se ha empleado un accionamiento de sistema de discos de frenos hidráulicos. Además, y para que en la comparación sobre ambos modelos pudiera resultar más intuitiva, se supondrá que ambos montan un sistema idéntico, el cual se describirá en los siguientes puntos.

##### CARACTERÍSTICAS DEL FRENO

El sistema estará formado por un solo disco de freno en cada rueda, con dos pastillas por disco situadas a cada lado del disco. La Figura 60 muestra tres tipos distintos de sistemas de frenado de disco hidráulico. En ellas se puede apreciar que pese a las diferencias en geometría, todas ellas presentan un componente similar de pinza junto con discos circulares y metálicos.

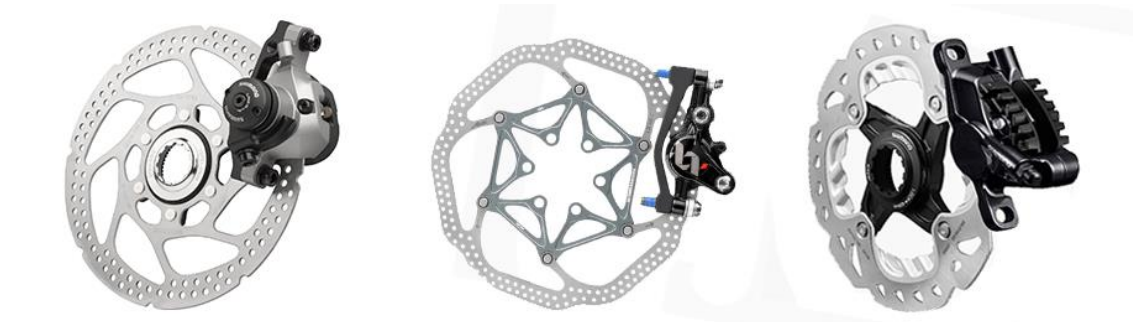


Figura 60. Disco de freno. Tipos.

Para el cálculo posterior del freno se supondrá un disco de radio exterior  $R$ , con un solo sistema de pinza por disco (con una pastilla por cada lado). La presión en el conducto será constante en todo momento, sin pérdidas. Las pastillas serán cuadrangulares de lado  $L$ , perfectamente compatibles con el disco (Figura 61).



Figura 61. Pastillas de freno

## PAR DE FRENADA

Para poder comparar los dos tipos de bicicletas estudiados en este proyecto se calculará el par de frenada en cada caso tomando como base de cálculo la Figura 62 [16].

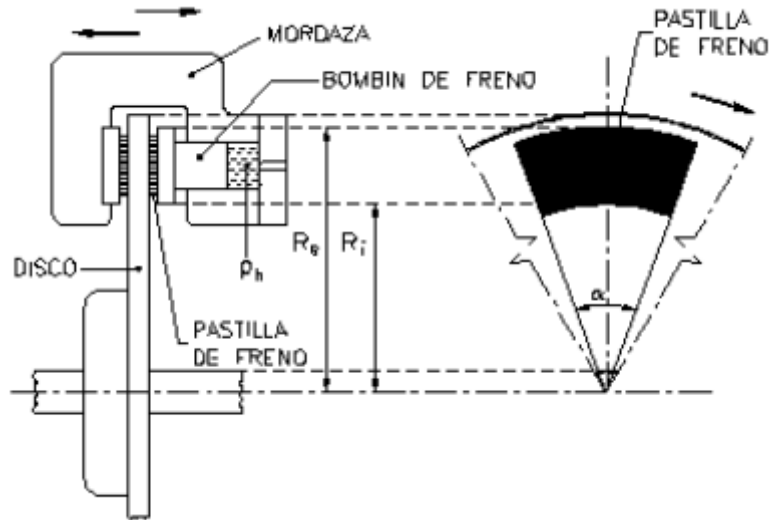


Figura 62. Diagrama de freno de disco

La fuerza (T) que cada pastilla ejerce depende directamente de la presión de fluido hidráulico del sistema (\$P\_h\$), dado el valor \$d\$ como el diámetro del bombín que ejerce la fuerza:

$$T = S_{bombin} \cdot p_h = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot p_h \quad [16]$$

Por tanto la presión que ejerce la pastilla será:

$$P = \frac{T}{S_{pastilla}} = \frac{S_{bombin} \cdot p_h}{S_{pastilla}} \quad [17]$$

Como ya se ha comentado la pastilla es cuadra de lado "L", por tanto:

$$P = \frac{T}{L^2} \quad [18]$$

Como ningún fabricante principales consultados publica la superficie del bombín o su diámetro se utilizará una simplificación de ambos tamaños basados en la comparación de dimensiones, es decir, conocido el tamaño del lado (L) de la pastilla se supondrá la superficie del bombín superponiendo visualmente sus vistas y aproximando la relación entre ellas .

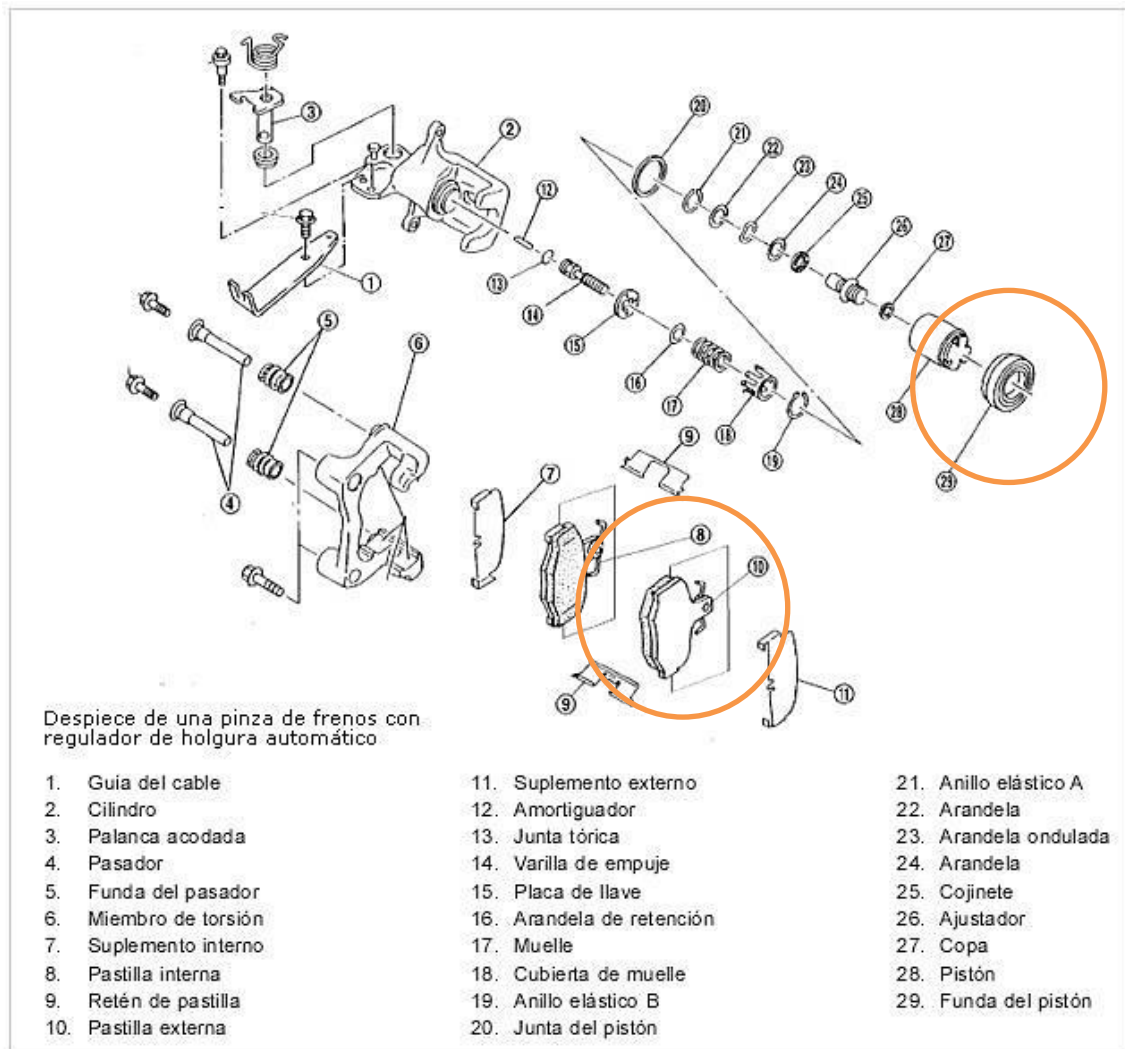


Figura 63. Despliegue de freno hidráulico

La Figura 63 muestra el despliegue de un freno de disco hidráulico de un solo bombín para un automóvil. Pese a que no se trata de un freno para bicicleta los dos sistemas son idénticos en funcionamiento y características. En los puntos 9 y 29 (rodeados en naranja), pastilla y funda del pistón respectivamente, se puede comprobar como la superficie del segundo es aproximadamente la mitad del primero.

Con esta simplificación se puede afirmar que:

$$S_{pastilla} = 2 \cdot S_{bombín} \quad [19]$$

Retomando las ecuaciones [ 17 ] y [ 19 ] se obtiene que la presión ejercida por la pastilla es:

$$P = \frac{T}{S_{pastilla}} = \frac{S_{bombín} \cdot p_h}{S_{pastilla}} = \frac{S_{bombín} \cdot p_h}{2 \cdot S_{bombín}} = \frac{p_h}{2} \quad [ 20 ]$$

Para poder calcular la fuerza que ejerce la pastilla ( $F_n$ ) basta con integrar la presión por cada diferencial de superficie de la misma.

$$dF_n = P \cdot dS \quad [ 21 ]$$

$$F_n = \int_0^{S_{pastilla}} P \cdot dS = \frac{p_h}{2} \cdot L^2 \quad [ 22 ]$$

La fuerza “ $F_n$ ” de la ecuación [ 22 ] es una fuerza normal a la superficie de la pastilla responsable de generar la fuerza de rozamiento (  $F_r$ ) encargada de detener el disco y, por tanto, la rueda de la bicicleta.

$$dF_r = \mu \cdot dF_n \quad [ 23 ]$$

$$F_r = \mu \cdot \frac{p_h}{2} \cdot L^2 \quad [ 24 ]$$

Por último, la fuerza  $F_r$  genera un par de frenada ( $N$ ) con respecto al centro del disco para una sola pastilla.

$$N = R \cdot F_r = R \cdot \mu \cdot \frac{p_h}{2} \cdot L^2 \quad [ 25 ]$$

Como hay dos pastillas por disco, el par de frenada total será:

$$N = 2 \cdot R \cdot F_r = 2 \cdot R \cdot \mu \cdot \frac{p_h}{2} \cdot L^2 = R \cdot \mu \cdot p_h \cdot L^2 \quad [ 26 ]$$

Donde  $\mu$  es el coeficiente de rozamiento entre el disco y la pastilla, constante durante toda la frenada.

## ESTUDIO DE FRENADA

Como todos los elementos de freno de ambas bicicletas son iguales (pastillas, bombines, tubos, etc.) la presión  $P_h$  del fluido hidráulico de todo el sistema será la también idéntica. Es decir, todos los frenos ejercen la misma fuerza y detienen la rueda con el mismo par de frenada (N).

Sería sencillo establecer que de esta manera el par de frenada de la bicicleta únicamente depende, como se muestra en la ecuación [ 26], de las características geométricas de las pastillas y discos así como de la presión interna del tubo  $p_h$ . Según este razonamiento el montaje de discos o pastillas más grande proporciona mayor par de frenada. Esta afirmación es real a nivel teórico tal y como se ha demostrado en las ecuaciones del punto anterior, pero conviene matizar que la capacidad de frenada de una bicicleta sea del tipo que sea depende de muchos más factores como el estado del firme y de la cubierta de la rueda, la posición de las ruedas en el momento de iniciar la frenada y el peso total de conjunto usuario-bicicleta, entre otros.

La diferencia principal estructural entre ambos tipos de bicicletas es, de forma evidente, el uso de una rueda extra en el sistema más complejo. Si se simplificara el modelo suponiendo que todas las ruedas presentan la misma carga durante su uso (aunque ya se ha demostrado en el apartado 4.3.5 que no es así) y que solo existe un disco de freno sobre cada una de ellas se podría afirmar que la bicicleta de dos ruedas delanteras presenta un tercio de par de frenada (33%) más que en la bicicleta convencional (3 sistemas frenos en comparación con los dos únicos del sistema simple, es decir, un 1,33 veces más). Como es un 25 % más pesada (14,7 kg frente a 11,7 de la bicicleta convencional) que su predecesora el incremento de par total podría aumentar en menor medida la capacidad de frenada real.

Por otra parte el hecho sostener la carga en dos ruedas separadas en la parte delantera durante la frenada corrige inestabilidades que en el caso de la bicicleta convencional dependen de la pericia del ciclista.

El eje delantero de la bicicleta de dos ruedas delanteras presenta dos discos de freno y sus correspondientes pinzas de frenado. El tubo de fluido hidráulico que llega a la maneta de freno que el usuario acciona es único (que se separa en dos posteriormente), por tanto, el bombín de presión del interior de la maneta deberá desalojar el doble de fluido hidráulico que en el caso de la bicicleta convencional.

El movimiento de accionamiento de la palanca de freno se supone el mismo para ambos sistema, de tal forma que la comodidad del accionamiento no se vea alterada. De esta manera será necesario contar con un sistema sencillo que permita duplicar el caudal. En primer lugar se puede duplicar la superficie del bombín accionador, o duplicar el sistema y conectar la misma palanca de freno a dos bombines iguales que se accionarían a la vez.

En ambos casos la superficie teórica real del sistema de accionamiento será el doble.

Por otra parte las pastillas de freno no cambian y la presión que recibe su bombín debe de ser la misma, por tanto  $p_h$  en todo el circuito deberá permanecer constante.

$$S_{\text{bombín bicicleta doble}} = 2 \cdot S_{\text{bombín bicicleta simple}} \quad [27]$$

En la maneta de la bicicleta convencional:

$$F_{\text{bombín}} = S_{\text{bombín}} \cdot p_h$$

En la maneta de nueva bicicleta de dos ruedas delanteras:

$$F_{\text{bombín doble}} = S_{\text{bombín doble}} \cdot p_h$$

Comparando entre ambas

$$\frac{F_{\text{bombín}}}{F_{\text{bombín doble}}} = \frac{S_{\text{bombín}} \cdot p_h}{S_{\text{bombín doble}} \cdot p_h}$$

$$F_{\text{bombín doble}} = \frac{S_{\text{bombín doble}}}{S_{\text{bombín}}} \cdot F_{\text{bombín}} = 2 \cdot F_{\text{bombín}} \quad [28]$$

Es decir, si se debe duplicar la superficie del bombín de la maneta para obtener la misma fuerza de frenada en las pastillas al final del circuito, la fuerza en la maneta deberá ser también el doble tal y como se justifica en la ecuación [ 28 ].

La consecuencia directa hacia el usuario es clara, sin modificar el sistema deberá ejercer el doble de fuerza en la maneta que para la bicicleta convencional. La solución para evitar la penalización para el usuario podría decantarse por rediseñar de nuevo el sistema del manillar que permita ejercer un brazo de palanca mayor entre los bombines y la maneta con el fin de equilibrar la fuerza con respecto a la bicicleta convencional.

#### 4.6.2 TRANSFERENCIA DE CARGA

Como último análisis dentro de este punto se desea averiguar que transferencia de carga aparece en cada sistema durante la frenada y comparar entre si los resultados.

Para ello, se posicionarán ambas bicicletas en la peor de las situaciones, una rampa descendente donde se deba detener la bicicleta. En este caso los datos sobre la diferencia de carga entre los dos ejes delanteros sin fuerzas externas se calcularon en el apartado 4.3.

La fuerza de frenada aportará pues una variable extra que variará dicha diferencia de cargas. De forma simplificada se aplicará en el centro de masas de todo el sistema (en la base del sillín).

Para cuantificar esta nueva variable se utilizará un proceso de descomposición del sistema de fuerzas total en dos distintos. Uno asociado a la diferencia de cargas ya definida y el segundo a las reacciones extras que produce la fuerza de frenada sobre los ejes (Figura 64).

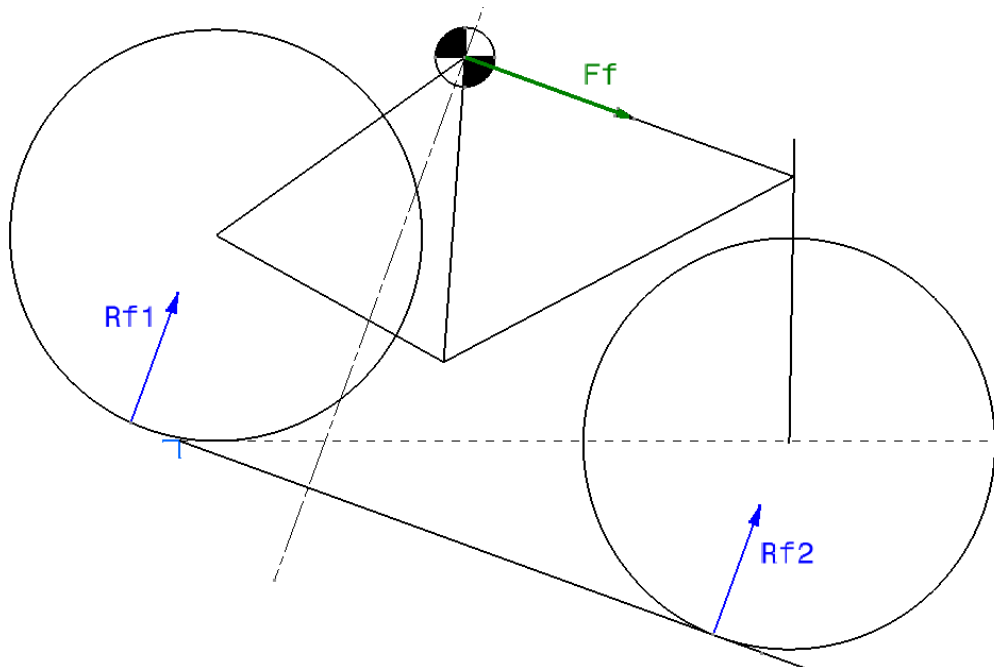


Figura 64. Fuerza de frenada

Por tanto, una vez conocidas  $R_{f2}$  y  $R_{f1}$  se podrá averiguar la transferencia de carga total en función de la fuerza  $F$  de frenada. Para el cálculo de las nuevas reacciones se utilizarán las mismas medidas que en el apartado 4.3.1.



Suponiendo que no existe ningún rozamiento interno del sistema ni resistencia aerodinámica y teniendo en cuenta las consideraciones comentadas con anterioridad:

$$F_{2total} = F_2 + R_{f2} \quad [ 29 ]$$

$$F_{1total} = F_1 + R_{f1} \quad [ 30 ]$$

Para el cálculo de  $R_{f1}$  y  $R_{f2}$  basta con calcular momentos en cualquiera de los dos apoyos de las ruedas.

$$R_{f1} = \frac{-F_f \cdot H_t}{L_t} \quad [ 31 ]$$

$$R_{f2} = \frac{F_f \cdot H_t}{L_t} \quad [ 32 ]$$

Por tanto:

$$F_{2total} = F_2 + \frac{F_f \cdot H_t}{L_t} = F_2 + 0,75 \cdot F_f \quad [ 33 ]$$

$$F_{1total} = F_1 - \frac{F_f \cdot H_t}{L_t} = F_1 - 0,75 \cdot F_f \quad [ 34 ]$$

Puesto que  $F_2$  y  $F_1$  son conocidas en función de varias variables (ángulo, peso del usuario) en el apartado 4.3 cabe destacar que, en el caso de frenada, el 75% de la fuerza de la misma se libera del eje trasero para pasar a cargar el delantero.

Como ya se comentó, la bicicleta de dos ruedas delanteras presenta en ausencia de fueras externas mayor estabilidad longitudinal, que se podría ver comprometida en el caso de sobrecargar el eje delantero si la fuerza  $F_f$  es elevada. El caso contrario ocurre en la bicicleta simple, el desequilibrio inicial puede verse compensado en caso de frenada por la misma razón.

## 5 DISCUSIÓN DE RESULTADOS

A lo largo del presente proyecto se ha buscado comparar las repercusiones que el uso de las dos bicicletas analizadas tendrían para el usuario si circulara con ellas en el entorno urbano para el que fueron diseñadas.

El primer objetivo tenía como meta esclarecer si las diferencias estructurales y geométricas entre las dos bicicletas repercutían sobre el usuario de forma que este tuviera que realizar mayor o menor esfuerzo, o si el reparto de cargas de los dos sistemas mejoraba o perjudicaba la estabilidad longitudinal de las bicicletas.

Tras los diversos cálculos realizados en el apartado 4.3, se puede afirmar que el incremento de peso de la bicicleta de dos ruedas delanteras no supone un esfuerzo extra significativo para el usuario (menos del 3% con respecto a la bicicleta convencional) en el caso más desfavorable para el mismo, la subida de una pendiente. Por otra parte durante la misma ascensión, el reparto de cargas es más equilibrado en la nueva bicicleta que en la convencional lo que aporta mayor estabilidad longitudinal de cara al usuario.

Puesto que el esfuerzo es prácticamente despreciable y la estabilidad longitudinal mayor, para una subida, la bicicleta de dos ruedas delanteras resulta más efectiva para el usuario que la bicicleta convencional. En el caso de bajar una rampa el efecto es muy similar, mayor estabilidad longitudinal para el usuario en el sistema doble, siempre y cuando no se efectúe una frenada durante el descenso.

El segundo objetivo era evaluar qué diferencias supone para el usuario tomar una curva con los dos dispositivos. En el apartado 4.4 se calcula si el ciclista debe ejercer más fuerza sobre el manillar para tomar una curva en la nueva bicicleta doble. Tras esquematizar el proceso y tomar algunas simplificaciones la solución es clara, el esfuerzo extra a realizar únicamente se debe al incremento de peso del eje delantero y no a los posibles momentos de fuerza que el nuevo mecanismo articulado podría generar. Para evitar repercusiones sobre el usuario bastaría con modificar el largo del manillar de forma que aumentase el brazo de palanca sobre la horquilla, compensando así el incremento de peso.

Otra repercusión de la nueva bicicleta reside en que el ancho frontal de la misma es superior al de la bicicleta simple (apartado 4.4.4), en el caso de necesitar circular entre peatones o zonas estrechas podría ser un inconveniente para el usuario.

Por último, ambas bicicletas deben detener la marcha con solvencia. Puesto que el nuevo dispositivo cuenta con dos frenos en vez de uno en el eje delantero la respuesta de frenada es mayor (apartado 4.6) pero provoca que el usuario deba realizar el doble de fuerza en el maneta del freno, que podría corregirse rediseñando el brazo de palanca de la propia maneta.

La transferencia de carga en las bicicletas durante la frenada en el caso más desfavorable (bajada de rampa) provoca que el 75 % por ciento de la fuerza de frenada sobrecargue el eje delantero de las bicicletas. Por este motivo la bicicleta de dos ruedas delanteras, más estable en ausencia de fuerzas externas, podría provocar una mayor inestabilidad por exceso de carga en el eje delantero que en la bicicleta simple. Por otra parte si uno de los dos sistemas de frenado delantero fallase durante su uso provocaría una inestabilidad extra en el manillar que tendría que ser compensando por el usuario, comprometiendo su seguridad en marcha.

En el caso de que el mismo usuario presente la duda de si su peso corporal puede afectar en la decisión de utilizar una u otra bicicleta la respuesta es clara, las distribuciones de carga con respecto al total del peso no varían en función del peso del usuario. En este caso cualquiera de los dos sistemas presentaría el mismo comportamiento en cuanto a estabilidad longitudinal se refiere.

De esta manera se puede concluir que el sistema de dos ruedas delanteras es recomendable en uso para personas que deseen mayor estabilidad longitudinal y que no sean agresivas en la conducción para evitar inestabilidades en caso de frenadas bruscas y el sistema simple para usuarios cuya conducción sea más agresiva y que circulen con frecuencia por zonas estrechas donde el ancho frontal de la bicicleta pueda suponer un problema.

## 6 PRESUPUESTO

El presupuesto siguiente se hace con la intención de cuantificar el trabajo y material empleado para el desarrollo del presente proyecto (Tabla 13).

Tabla 13: Presupuesto

Material común			
	<i>Coste total [€]</i>	<i>% uso</i>	<i>Importe imputable [€]</i>
<b>Ordenador</b>	600	6,25	37,5
<b>Licencia Catia V5</b>	3000	40	1200
Mano de obra			
	<i>Horas</i>	<i>€ / hora</i>	<i>Importe imputable [€]</i>
<b>Horas de trabajo</b>	200,00	57,825	11565
<b>Total</b>			12802,5

En el presupuesto se ha indicado el % de uso de cada uno de los equipos, siendo este el cociente de horas de utilización para realizar los ensayos con la vida útil del mismo que en el caso del ordenador es de 4 años. La licencia de Catia (sin añadir el precio de compra) supone un mantenimiento de 3000 € al año.

Por otro lado, se deben incluir los honorarios del personal de campo, que para este caso se ha contado con un la base salarial correspondiente a un graduado en ingeniería, con un salario neto por hora de 45 €/h. Sumando las tasas de Seguridad Social (27%) y desempleo (1.5%) se tiene un coste de hora total de 57,825 €/h.

Haciendo el cálculo total el importe asciende a 12802,5 €.

## 7 TRABAJOS FUTUROS

Atendiendo a los resultados obtenidos para ambos análisis, se pueden considerar como posibles trabajos futuros:

- Estudio de las variables de inercia durante el trayecto escogido: puesto que por simplificaciones en este trabajo no se han tenido en cuenta, sería interesante comprobar como cambiarían las conclusiones añadiendo a las ecuaciones dichas variables.
- Estudio de los mismos puntos del presente proyecto pero montando suspensiones sobre las bicicletas ya que en esta ocasión se ha supuesto las bicicletas como completamente rígidas.
- Estudio del efecto que el mecanismo articulado presenta al girar si este no se supusiera rígido. El estudio del giro sería más complejo y el usuario podría utilizar un mayor juego entre el giro del manillar y la inclinación de las ruedas.

## 8 BIBLIOGRAFÍA

- [1] Decathlon España S.A.U.(2017). Ciclismo. < <https://www.decathlon.es/C-10828-ciclismo>>
- [2] LA HISTORIA DE LA BICICLETA (25-06-2013).< <http://bicihome.com/la-historia-de-las-bicicleta/>>. Consultado el 15 de Agosto de 2017.
- [3] Mapa del centro de la ciudad de Madrid. 2017. Escala indeterminada, recuperado por Diego Beltran Biard, “Google Maps”. <<https://www.google.es/maps/@40.4159046,-3.7096156,15z>> (Consultado el 20 de Julio de 2017).
- [4] Mapa del centro de la ciudad de Madrid. 2017. Escala indeterminada, recuperado por Diego Beltran Biard, “Google Earth”. < <https://earth.google.es>>. (Consultado 30 de Julio de 2017).
- [5] Ordenanzas Municipales. Ordenanza de Movilidad para la Ciudad de Madrid. Marginal ANM 2005\48.Fecha de disposición: 26/09/2005.
- [6] UNE-EN 547-3:1997+A1, “Seguridad de las máquinas- Medidas del cuerpo humano-Parte 3: Datos antropométricos”
- [7] A. Carmona Benjumea, “Datos antropométricos de la población laboral española. Informe de resultados,”Seguridad y Salud en el Trabajo (INSHT), vol. 14,2001.
- [8] Riley, W. F., & Sturges, L. D. (1996). *Ingeniería mecánica: dinámica*. Reverté.
- [9] Catia V5 .[Programa informático]. 3DS-Dassault Systemes
- [10] Orbea S.Coop. Orbea carpe. < <https://www.orbea.com/es-es/marcas/carpe/>> Consultado el 25 de Agosto de 2017.
- [11] Urban Clouds (2017). UK - Spain .Urban-M. <<https://urbanclouds.city/es/bicicletas-inteligentes-urban-m/>> Consultado el 25 de Junio de 2017.
- [12] Microsoft Excel (2010).[Programa informático].Microsoft Office.
- [13]Departamento de Ingeniería Mecánica.”Mecánica de Máquinas” (14194).Grado en Ingeniería Mecánica (221). Tema 2, Capítulo 3 “Dinámica del sólido Rígido”.
- [14] Vieren, J. P. (1981). La bicyclette. *La Recherche*, 127, 1204-1281.
- [15] SRAM, LLC. Guide Brakes.< <https://www.sram.com/sram/mountain/family/guide-brakes#sm.001k1wt0x17bieziu8j1kmz7y1n8c>> Consultado el 25 de Agosto de 2017.
- [16] Departamento de Ingeniería Mecánica.”Cálculo y Diseño de Máquinas “(14208).Grado en Ingeniería Mecánica (221). Tema 6 , Frenado.